



Limites - Exames Nacionais

1. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Considere, para um certo número real k , a função g , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - x}{x^2 - x} + k & \text{se } x < 0 \\ 2 + x \ln x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Sabe-se que existe $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$.

Determine o valor de k .

Exame Nacional de 2021 - 2.ª fase

2. Seja f a função, de domínio $]0, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} -x^2(1 + 2 \ln x) & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ \frac{5 - 5e^{x-1}}{x^2 + 3x - 4} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Averigue se a função f é contínua em $x = 1$.

Exame Nacional de 2021 - 1.ª fase

3. Seja g a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$g(x) = \begin{cases} 1 + \frac{\operatorname{sen} x}{1 - e^x} & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ x^2 \ln x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Averigue se a função g é contínua em $x = 0$.

Exame nacional de 2020 - 1.ª fase

4. Para um certo número real k , é contínua em \mathbb{R} a função f , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \log_3 k & \text{se } x = 1 \\ \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{se } x \neq 1 \end{cases}$$

Qual é o valor de k ?

(A) 5

(B) 6

(C) 8

(D) 9

Exame nacional de 2019 - 2.ª fase

5. Qual é, para qualquer número real positivo a , o limite da sucessão $\left(\frac{n + \ln a}{n}\right)^{n+2}$?

(A) a^2

(B) $2a$

(C) a

(D) \sqrt{a}

Exame nacional de 2019 - 2.ª fase

6. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x} & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ \frac{x}{x - \ln x} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Averigue se a função f é contínua no ponto 0.
Justifique a sua resposta.

Exame nacional de 2019 - 1.ª fase

7. Qual é o limite da sucessão de termo geral $\left(\frac{n-2}{n}\right)^{3n}$?

(A) $\frac{1}{e^3}$

(B) e^3

(C) $\frac{1}{e^6}$

(D) e^6

Exame nacional de 2019 - 1.ª fase

8. Seja g a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1-x^2}{1-e^{x-1}} & \text{se } x < 1 \\ 2 & \text{se } x = 1 \\ 3 + \frac{\sin(x-1)}{1-x} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Estude a função g quanto à continuidade no ponto 1.

Exame nacional de 2017 - 2.ª fase

9. Qual é o valor do limite da sucessão de termo geral $\left(\frac{n+5}{n+1}\right)^{\frac{n}{2}}$?

(A) $+\infty$

(B) 1

(C) e^4

(D) e^2

Exame nacional de 2018 - 2.ª fase

10. Seja k um número real.

Considere a sucessão convergente (u_n) definida por $u_n = \left(\frac{n+k}{n}\right)^n$.

Sabe-se que o limite de (u_n) é solução da equação $\ln\left(\frac{x}{e}\right) = 3$.

Qual é o valor de k ?

(A) $\frac{1}{4}$

(B) 3

(C) $\frac{1}{3}$

(D) 4

Exame nacional de 2018 - 1.ª fase

11. Considere as sucessões convergentes (a_n) e (b_n) , de termos gerais

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{3n} \quad \text{e} \quad b_n = \ln(1 - 2e^{-n}).$$

Sejam a e b os números reais tais que $a = \lim (a_n)$ e $b = \lim (b_n)$.
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $a = 3e$ e $b = 0$

(B) $a = e^3$ e $b = 0$

(C) $a = 3e$ e $b = 1$

(D) $a = e^3$ e $b = 1$

Exame nacional de 2016 - Época especial

12. De uma função f , de domínio \mathbb{R} , com derivada finita em todos os pontos do seu domínio, sabe-se que $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{f(x) - f(2)} = 4$.

Qual é o valor de $f'(2)$?

(A) $-\frac{1}{2}$

(B) $-\frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{1}{4}$

Exame nacional de 2016 - 2.ª fase

13. Considere as sucessões (u_n) e (v_n) de termos gerais

$$u_n = \frac{kn + 3}{2n} \quad (k \text{ é um número real}) \quad \text{e} \quad v_n = \ln \left[\left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \right]$$

Sabe-se que $\lim (u_n) = \lim (v_n)$.

Qual é o valor de k ?

(A) 1

(B) 2

(C) e

(D) $2e$

Exame nacional de 2016 - 1.ª fase

14. Seja f uma função de domínio \mathbb{R}^- . Sabe-se que:

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x) + e^x - x}{x} = 1$;
- o gráfico de f tem uma assíntota oblíqua.

Qual é o declive dessa assíntota?

(A) -2

(B) -1

(C) 1

(D) 2

Exame nacional de 2016 - 1.ª fase

15. Seja a um número real diferente de 0.

Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow a} \frac{ae^{x-a} - a}{x^2 - a^2}$?

(A) $\frac{1}{4}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) 1

(D) 2

Exame nacional de 2016 - 1.ª fase

16. Para um certo número real k , é contínua em \mathbb{R} a função f definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2 + e^{x+k} & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{2x + \ln(x+1)}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Qual é o valor de k ?

(A) 0

(B) 1

(C) $\ln 2$

(D) $\ln 3$

Exame nacional de 2015 - 2.ª fase

17. Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} \sin^2 \left(\frac{x}{2} \right) \right) = 0$?

(A) 4

(B) 0

(C) $\frac{1}{4}$

(D) $\frac{1}{2}$

Exame nacional de 2011 - 1.ª fase

18. Considere a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = \begin{cases} k + \frac{1 - e^{x-1}}{x-1} & \text{se } x < 1 \\ -x + \ln x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

(k designa um número real)

Determine k , sabendo que f é contínua em $x = 1$.

Exame nacional de 2011 - 1.ª fase, Época especial

19. De duas funções f e g sabe-se que:

• f tem domínio \mathbb{R} e é definida por $f(x) = \pi - 4\sin(5x)$;

• g tem domínio $\left] -\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3} \right[$ e g' , primeira derivada de g , tem domínio $\left] -\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3} \right[$ e é definida por $g'(x) = \log_2 \left(-\frac{\pi}{6} - x \right)$.

Calcule o valor de $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x}{f(x) - \pi}$.

Exame nacional de 2011 - Época especial

20. Considere a função f , de domínio $] - \infty, 2\pi]$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax + b + e^x & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{x - \operatorname{sen}(2x)}{x} & \text{se } 0 < x \leq 2\pi \end{cases}$$

Determine o valor de b , de modo que f seja contínua em $x = 0$.

Exame nacional de 2010 - 1.ª fase

21. Considere a função h , de domínio \mathbb{R} , definida por $h(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x} - e^x}{x} & \text{se } x > 0 \\ \ln(x^2 + 1) & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$

Estude a continuidade da função h em $x = 0$.

Exame nacional de 2009 - 2.ª fase

22. Considere a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x + 1}{1 - e^{x+1}} & \text{se } x \neq -1 \\ a + 2 & \text{se } x = -1 \end{cases}$$

(a é um número real.)

Determine a sabendo que f é contínua em $x = -1$.

Exame nacional de 2011 - Época especial

23. Considere a função h , de domínio \mathbb{R} , definida por

$$h(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 4} & \text{se } x > 0 \\ 2 & \text{se } x = 0 \\ \frac{e^{2x} - 1}{x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Estude a continuidade de h no domínio \mathbb{R} .

Exame nacional de 2009 - 2.ª fase