# Exponencial e logarítmica - Calculadora

**1.** Num laboratório cuja temperatura ambiente é constante, aqueceu-se uma substância até atingir uma certa temperatura, superior à temperatura ambiente, e, a seguir, deixou-se arrefecer essa substância durante uma hora.
Admita que a temperatura dessa substância, em graus Celsius, t minutos após o início do arrefecimento, é dada por

$$T(t) = 20 + 100e^{-kt},\ 0 \leq t \leq 60$$

em que $k$ é uma constante real positiva.
Considere $k = 0{,}04$.
Sabe-se que, durante os primeiros $t_2$ minutos, a taxa média de variação da função $T$ foi iguala $-2{,}4$.
Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, o valor de t2, sabendo que essevalor existe e é único.
Apresente o resultado em minutos e segundos (segundos arredondados às unidades).
Não justifique a validade do resultado obtido na calculadora.
Na sua resposta:
— apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
— reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação, e apresente a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) relevante(s) arredondada(s) às milésimas.
Se, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

Exame Nacional de 2021 - 2.ª fase

**2.** O nível, $N$, de um som, medido em decibéis, é função da sua intensidade, $I$ , medida em microwatt por metro quadrado ($\mu W/m^2$), de acordo com a igualdade

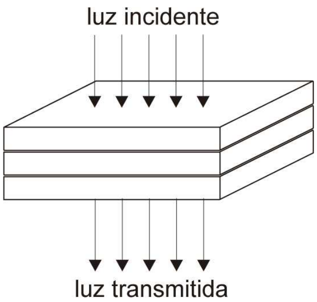
$$N = 60 + 10\log_{10} I, \text{ com } I > 0.$$

Relativamente ao som de um certo despertador, sabe-se que, aumentando a sua intensidade em $150\ \mu W/m^2$, o seu nível passa a ser $1,4\%$ do quadrado do nível inicial.
Determine, recorrendo à calculadora gráfica, o valor da intensidade inicial do som desse despertador, sabendo-se que pertence ao intervalo $[20, 80]$ e que, neste intervalo, esse valor é único.
Não justifique a validade do resultado obtido na calculadora.
Na sua resposta:
– apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
– reproduza o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) obter o valor pedido;
– apresente esse valor em $\mu W/m^2$, arredondado às unidades.

Exame Nacional de 2019 - 2.ª fase

**3.** Um feixe de luz incide perpendicularmente sobre um conjunto de três placas sobrepostas, homogéneas e iguais, feitas de um material transparente. A figura ilustra a situação.
Admita que a potência, $L$, da luz transmitida, após atravessar o conjunto de placas, é dada por

$$L = I(1-R)^6 e^{-3\lambda}$$




em que:

- $I$ é a potência da luz incidente;
- $R$ é o coeficiente de reflexão do material ($0 < R < 1$);
- $\lambda$ é o coeficiente de absorção do material, por centímetro ($\lambda > 0$).

Relativamente ao material de que as placas são feitas, sabe-se que o coeficiente de reflexão, $R$, e ocoeficiente de absorção, $\lambda$, têm o mesmo valor numérico.
Sabe-se ainda que a potência da luz transmitida é igual a metade da potência da luz incidente.
Determine, recorrendo à calculadora gráfica, o valor comum dos coeficientes de absorção e de reflexão do material, sabendo-se que esse valor existe e é único.
Não justifique a validade do resultado obtido na calculadora.
Na sua resposta:

– equacione o problema;

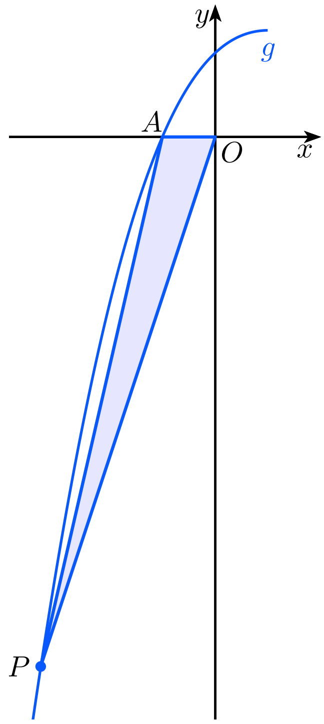
– reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhepermite(m) resolver a equação;

– apresente o valor pedido arredondado às milésimas.

**4.** Seja $g$ a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{1-x^2}{1-e^{x-1}} & \text{se } x < 1 \\ 2 & \text{se } x = 1 \\ 3 + \dfrac{\sin(x-1)}{1-x} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Na figura, estão representados, num referencial o.n. $xOy$, parte do gráfico da função $g$ e umtriângulo $[OAP]$.




Sabe-se que:

- o ponto $A$ é o ponto de abcissa negativa que é a intersecção do gráfico da função g com o eixo das abcissas;
- o ponto $P$ é um ponto do gráfico da função $g$, de abcissa e ordenada negativas;
- a área do triângulo $[OAP]$ é igual a $5$.

Determine, recorrendo à calculadora gráfica, a abcissa do ponto $P$.
Apresente o valor obtido arredondado às décimas.
Na sua resposta:

– determine analiticamente a abcissa do ponto A;

– equacione o problema;

– reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação.

Exame Nacional de 2017 - 2.ª fase

**5.** Considere a função $f$, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{3}{x-1} & \text{se } x < 1 \\ \dfrac{2+\ln x}{x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

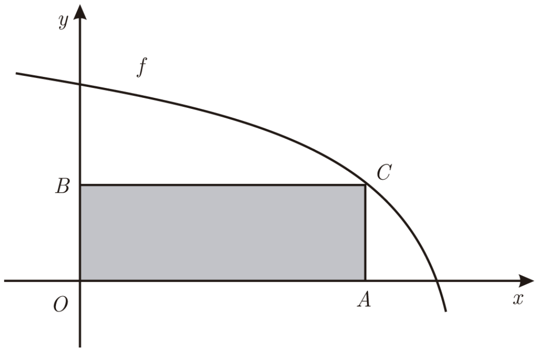
Existem dois pontos no gráfico de $f$ cujas ordenadas são o cubo das abcissas.
Determine as coordenadas desses pontos recorrendo à calculadora gráfica.
Na sua resposta, deve:

- equacionar o problema;
- reproduzir o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;

- assinalar esses pontos;
- indicar as coordenadas desses pontos com arredondamento às centésimas.

Exame Nacional de 2011 - 1.ª fase

**6.** Na figura, está representada, num referencial o.n. $xOy$, parte do gráfico da função $f$, de domínio $]-\infty, 6[$, definida por $f(x) = 2 + 15\ln\left(3 - \frac{1}{2}x\right)$.
Considere que um ponto $C$ se desloca ao longo do gráfico de $f$, e que $C$ tem coordenadas positivas.
Para cada posição do ponto $C$, considere o retângulo $[OACB]$, em que o ponto $A$ pertence ao eixo das abcissas e o ponto $B$ pertence ao eixo das ordenadas.




Determine, recorrendo à calculadora gráfica, a abcissa do ponto $A$ para a qual a área do retângulo $[OACB]$ é máxima.
Na sua resposta, deve:

- escrever a expressão que dá a área do retângulo $[OACB]$ em função da abcissa do ponto $A$;
- reproduzir o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- indicar a abcissa do ponto $A$ com arredondamento às centésimas.

Exame Nacional de 2011 - Prova especial

**7.** Considere a função $f$, de domínio $]0, \pi[$, definida por $f(x) = \ln x \times \cos x$.
Sabe-se que:

- $O$ é a origem do referencial;
- $A$ é o ponto de intersecção do gráfico da função $f$ com o eixo $Ox$, que se situa mais próximo da origem $O$;
- $B$ é o ponto de intersecção do gráfico da função $f$ com a reta bissetriz dos quadrantes pares.

Determine a área do triângulo $[OAB]$, recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora. Na sua resposta, deve:

- reproduzir o gráfico da função, ou os gráficos das funções, que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- indicar as coordenadas dos pontos $A$ e $B$, arredondando às milésimas as coordenadas do ponto $B$;
- desenhar o triângulo $[OAB]$, assinalando os pontos que representam os seus vértices;
- apresentar o resultado pedido, com arredondamento às centésimas.

Exame Nacional de 2010 - Época especial

**8.** Considere a função $f$, de domínio $]0,+\infty[$, definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^x-3x}{x} & \text{se } 0<x\le 2\\ \dfrac{1}{5}x-\ln x & \text{se } x>2\end{cases}$$

Determine a área do triângulo $[ABC]$, recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora.
Sabe-se que:

- $A$, $B$ e $C$ são pontos do gráfico da função $f$;
- $A$ e $B$ são os pontos cujas abcissas são as soluções, no intervalo $]0,2]$, da equação $f(x)=f(15)$;
- $C$ é o ponto cuja ordenada é o mínimo da função $f$, no intervalo $]0,2]$, e cuja abcissa pertence ao intervalo $]0,2]$.

Na sua resposta, deve:

- reproduzir o gráfico da função, ou os gráficos das funções, que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- indicar as coordenadas dos pontos $A$, $B$ e $C$, com arredondamento às centésimas;
- apresentar o resultado pedido, com arredondamento às décimas.

Exame Nacional de 2010 - 2.ª fase

**9.** Considere a função $g$, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $g(x)=e^{2x}+\ln x$.
O gráfico de $g$ contém um único ponto $A$ com abcissa pertencente ao intervalo $]0,2]$ e cuja ordenada é igual ao dobro da abcissa.
Traduza esta situação por meio de uma equação.
Resolva a equação, recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora.
Indique as coordenadas do ponto $A$, com aproximação às décimas.
Reproduza, na folha de respostas, o gráfico, ou os gráficos, visualizado(s) na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial.
Assinale o ponto $A$ em que se baseou para dar a sua resposta.

Exame Nacional de 2009 - 1.ª fase

**10.** Seja a função $f$, de domínio $[0, \pi]$, definida por $f(x) = e^x \cos x$.
Determine, recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora, um valor, aproximado às décimas, da área do trapézio $[OABC]$, em que:

- $O$ é a origem do referencial;
- $A$ é o ponto de intersecção do gráfico da função $f$ com o eixo $Oy$;
- $B$ é o ponto do gráfico de $f$, tal que a reta $AB$ é paralela ao eixo $Ox$;
- $C$ é o ponto de intersecção do gráfico da função $f$ com o eixo $Ox$.

Reproduza, na folha de respostas, o gráfico visualizado na calculadora, incluindo o referencial. Desenhe o trapézio $[OABC]$, assinalando os pontos que representam os seus vértices.
**Nota:** Nas coordenadas dos vértices em que é necessário fazer arredondamentos, utilize duas casas decimais.

Exame Nacional de 2009 - Especial

**11.** Considere, num referencial ortonormado $xOy$, os gráficos das funções $f$ e $g$, de domínio $[0, 3]$, definidas por $f(x) = \ln(x + 2)$ e $g(x) = e - e^{x-1}$.
($\ln$ designa logaritmo de base $e$).
Determine a área de um triângulo $[OAB]$, com aproximação às décimas, recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora.
Para construir o triângulo $[OAB]$, percorra os seguintes passos:

- visualize as curvas representativas dos gráficos das duas funções, no domínio indicado;
- reproduza, na sua folha de respostas, o referencial e as curvas visualizadas na calculadora;
- assinale, ainda:
  - a origem $O$ do referencial;
  - o ponto $A$ de intersecção do gráfico das duas funções, indicando as suas coordenadas, com aproximação às décimas;
  - o ponto $B$ de intersecção do gráfico da função $g$ com o eixo $Ox$.

Exame Nacional de 2008 - 1.ª fase

**12.** Considere a função $f$, de domínio $\left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$, definida por $f(x) = \dfrac{\ln(2x - 1)}{2x + 1}$, e a função $g$, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = x - 2$ ($\ln$ designa logaritmo de base $e$).
Indique as soluções inteiras da inequação $f(x) > g(x)$, recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora.
Para resolver esta inequação, percorra os seguintes passos:

- visualize as curvas representativas dos gráficos das duas funções;
- reproduza, na sua folha de respostas, o referencial e as curvas visualizadas na calculadora;

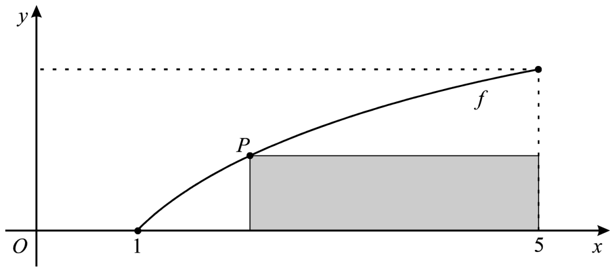
- assinale, ainda, os pontos $A$ e $B$, de intersecção dos gráficos das duas funções, indicando as suas coordenadas, com aproximação às décimas.

Exame Nacional de 2008 - 2.ª fase

**13.** Considere a função $f$, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por $f(x) = \dfrac{e^x}{x}$.
No intervalo $]0, 5]$, a reta de equação $y = 6$ interseta o gráfico da função $f$ nos pontos $A$ e $B$.
Determine a distância de $A$ a $B$, com aproximação às décimas, recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora.
Apresente o gráfico, ou os gráficos, em que se baseou para dar a sua resposta, assinalando os pontos $A$ e $B$ e indicando as suas coordenadas com aproximação às décimas.

Exame nacional de 2008 - Época especial

**14.** Seja $f$ a função, de domínio $[1, 5]$, definida por $f(x) = \ln x$.
($\ln$ designa logaritmo na base $e$).
Na figura está representado, em referencial ortonormado $xOy$, o gráfico da função $f$.




Considere que um ponto $P$ se desloca ao longo do gráfico de $f$. Para cada posição do ponto $P$, considere o retângulo em que um dos lados está contido no eixo $Ox$, outro na reta de equação $x = 5$ e os outros dois nas retas vertical e horizontal que passam pelo ponto $P$.
Exprima a área do retângulo em função da abcissa de $P$, e, recorrendo à calculadora gráfica, determine a abcissa de $P$ (aproximada às centésimas) para a qual a área do retângulo é máxima. Apresente os elementos recolhidos na utilização da calculadora:
- o gráfico obtido;
- o ponto de ordenada máxima e respectivas coordenadas.

Exame nacional de 2007 - 1.ª fase

**15.** Considere a função $f$ definida no intervalo $[1, 2]$ por $f(x) = \cos(x - 1) + \ln x$ ($\ln$ designa logaritmo de base $e$).
Para um certo valor real positivo $a$ e para um certo valor real $b$, a função $g$, definida no intervalo $[1, 2]$ por $g(x) = a \cdot f(x) + b$, tem por contradomínio o intervalo $[4, 5]$.
Utilizando as capacidades gráficas da sua calculadora, determine os valores de $a$ e de $b$ arredondados às centésimas.

Explique como procedeu. Na sua explicação, deve incluir o gráfico, ou gráficos, que tenha visualizado na calculadora, bem como coordenadas relevantes de algum, ou alguns, pontos. Sempre que, em valores intermédios, proceder a arredondamentos, conserve um mínimo de três casas decimais.

Exame nacional de 2006 - 1.ª fase