



Assíntotas - Exames Nacionais

1. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x - e^{-x}}{x} & \text{se } x < 0 \\ \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1} - 3 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Estude a função f quanto à existência de assíntotas horizontais ao seu gráfico e, caso estas existam, escreva as respetivas equações.

Exame Nacional de 2021 - 2.ª fase

2. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Seja h a função, de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $h(x) = \frac{x^3}{2x^2 - \ln x}$.

Estude a função h quanto à existência de assíntota oblíqua ao seu gráfico e, caso esta exista, escreva a sua equação reduzida.

Exame Nacional de 2021 - 1.ª fase

3. Seja f a função definida em $] -\infty, 2]$ por $f(x) = x + \ln(e^x + 1)$.

O gráfico de f tem uma assíntota oblíqua. Determine uma equação dessa assíntota.

Exame nacional de 2020 - 1.ª fase

4. Seja h a função, de domínio $] - \infty, 4[$, definida por

$$h(x) = \begin{cases} 1 + xe^{x-1} & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{\sqrt{x} - 1}{\text{sen}(x - 1)} & \text{se } 1 < x < 4 \end{cases}$$

Mostre que o gráfico da função h tem uma assíntota horizontal e apresente uma equação dessa assíntota.

Exame nacional de 2020 - 2.ª fase

5. Considere a função h , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, definida por $h(x) = \frac{e^x}{x - 1}$.

Estude a função h quanto à existência de assíntotas do seu gráfico paralelas aos eixos coordenados e, caso existam, escreva as suas equações.

Exame nacional de 2019 - 2.ª fase

6. Seja g a função, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por $g(x) = \frac{e^{-x}}{x} + 2x - \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Sabe-se que o gráfico da função g tem uma assíntota oblíqua.

Qual é o declive dessa assíntota?

(A) 1

(B) 2

(C) e

(D) e^2

Exame nacional de 2019 - 1.ª fase

7. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3 + \frac{e^x}{1 - x} & \text{se } x < 1 \\ \frac{\ln(x^2) + 2}{x} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

Estude a função f quanto à existência de assíntotas horizontais do seu gráfico.

Exame nacional de 2018 - 2.ª fase

8. Considere a função f definida em $]0, \pi[$ por $f(x) = \frac{x}{\sin x}$.
Qual das equações seguintes define uma assíntota do gráfico da função f ?

(A) $x = 0$ (B) $x = \pi$ (C) $x = 1$ (D) $x = \frac{\pi}{2}$

Exame nacional de 2018 - 1.ª fase

9. Sejam f e g duas funções de domínio \mathbb{R}^+ .
Sabe-se que a reta de equação $y = -x$ é assíntota oblíqua do gráfico de f e do gráfico de g .
Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) \times g(x)}{x}$?

(A) $+\infty$ (B) 1 (C) -1 (D) $-\infty$

Exame nacional de 2017 - 2.ª fase

10. Considere a função f , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.
Estude a função f quanto à existência de assíntotas do seu gráfico paralelas aos eixos coordenados.

Exame nacional de 2016 - 2.ª fase

11. Considere a função f , de domínio $] -\infty, -1[\cup]1, +\infty[$, definida por $f(x) = \ln \left(\frac{x-1}{x+1} \right)$.
Estude a função f quanto à existência de assíntotas verticais do seu gráfico.

Exame nacional de 2016 - 1.ª fase

12. Seja f a função, de domínio $]-\frac{\pi}{2}, +\infty[$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 + \sin x}{\cos x} & \text{se } -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \\ x - \ln x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Estude a função f quanto à existência de assíntota oblíqua do seu gráfico.

Exame nacional de 2017 - 1.ª fase

13. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = \begin{cases} 1 + xe^x & \text{se } x \leq 3 \\ \ln(x-3) - \ln x & \text{se } x > 3 \end{cases}$
Estude a função f quanto à existência de assíntotas horizontais do seu gráfico.

Exame nacional de 2015 - 2.ª fase

14. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - \sqrt{e}}{2x - 1} & \text{se } x < \frac{1}{2} \\ (x+1) \ln x & \text{se } x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Averigue da existência de assíntotas verticais do gráfico da função f .

Exame nacional de 2015 - 1.ª fase

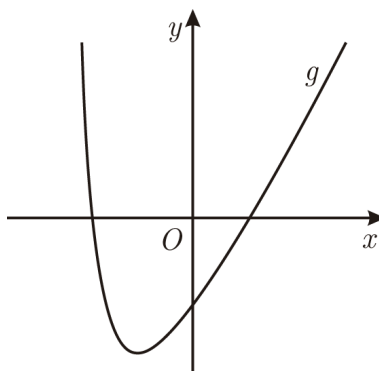
15. Considere a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3 + \frac{1 - e^{x-1}}{x-1} & \text{se } x < 1 \\ -x + \ln x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Estude a função f quanto à existência de assíntotas horizontais do gráfico de f .

Exame nacional de 2011 - 1.ª fase, Prova especial

16. Na figura, está representada, num referencial o.n. xOy , parte do gráfico de uma função g , de domínio $] -3, +\infty[$.



A reta de equação $y = 2x - 4$ é assíntota do gráfico de g .
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (g(x) - 2x - 4) = 0$

(C) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (g(x) - 2x + 4) = 0$

(B) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{g(x)} = 2$

(D) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (g(x) - 2x) = 0$

Exame nacional de 2011 - 1.ª fase

17. Considere uma função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{3\}$, contínua em todo o seu domínio. Sabe-se que:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$;
- $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -2$;
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + 2x) = 0$.

Em qual das opções seguintes as equações definem duas assíntotas do gráfico de f ?

(A) $x = -2$ e $y = 1$

(C) $y = -2x$ e $y = 1$

(B) $x = 3$ e $y = -2x$

(D) $y = 2x$ e $y = -1$

Exame nacional de 2011 - Época especial

18. Considere a função f , de domínio $]0, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 3x}{x} & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ \frac{1}{5}x - \ln x & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

Estude a função f quanto à existência de assíntotas oblíquas.

Exame nacional de 2010 - 2.ª fase

19. De uma função h , de domínio \mathbb{R} , sabe-se que:

- h é uma função par;
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (h(x) - 2x) = 0$.

Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$?

(A) $+\infty$

(B) -2

(C) 0

(D) $-\infty$

Exame nacional de 2010 - 2.ª fase

20. Considere a função f , de domínio $] - \infty, 2\pi]$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax + b + e^x & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{x - \text{sen}(2x)}{x} & \text{se } 0 < x \leq 2\pi \end{cases}$$

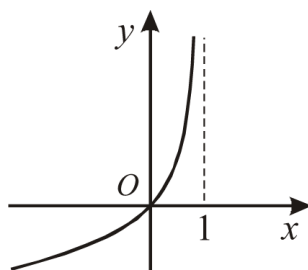
Prove que a reta de equação $y = ax + b$, com $a \neq 0$, é uma assíntota oblíqua do gráfico de f .

Exame nacional de 2010 - 1.ª fase

21. Na figura, está representada, num referencial o.n. xOy , parte do gráfico de uma função f , contínua, de domínio $] - \infty, 1[$.

Tal como a figura sugere, a reta de equação $x = 1$ é assíntota do gráfico de f .

Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x}{f(x)}$?



(A) $-\infty$

(B) 3

(C) 0

(D) $+\infty$

Exame nacional de 2010 - 1.ª fase

22. Considere a função h , de domínio \mathbb{R}^+ , e a reta de equação $y = -4$, assíntota do gráfico de h .

Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(\frac{1}{2x})}{h(x)}$?

(A) $-\infty$

(B) $+\infty$

(C) -4

(D) 0

Exame nacional de 2010 - Época especial

23. Seja uma função f , de domínio \mathbb{R}^+ , e seja a reta de equação $y = 1$ a única assíntota do gráfico de f .

Considere a função g , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $g(x) = f(x) + x$.

Prove que o gráfico de g tem uma assíntota oblíqua paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares.

Exame nacional de 2010 - Época especial

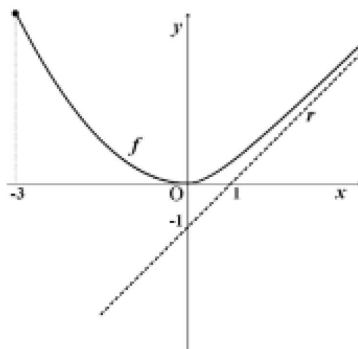
24. Considere a função h , de domínio \mathbb{R} , definida por

$$h(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 4} & \text{se } x > 0 \\ 2 & \text{se } x = 0 \\ \frac{e^{2x} - 1}{x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Estude a função h quanto à existência de assíntotas do seu gráfico paralelas aos eixos coordenados e, caso existam, escreva as suas equações.

Exame nacional de 2009 - 2.ª fase

25. Na figura, estão representadas parte do gráfico de uma função f , de domínio $[-3, +\infty[$, e parte da reta r , que é a única assíntota do gráfico de f .



Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$?

(A) -1

(B) 0

(C) 1

(D) 2

Exame nacional de 2009 - 2.ª fase

26. Sejam f e g duas funções, ambas de domínio \mathbb{R}^+ .
Sabe-se que:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 2x) = 0$;
- a função g é definida por $g(x) = f(x) + x^2$.

Prove que o gráfico de g não tem assíntotas oblíquas.

Exame nacional de 2009 - 1.^a fase

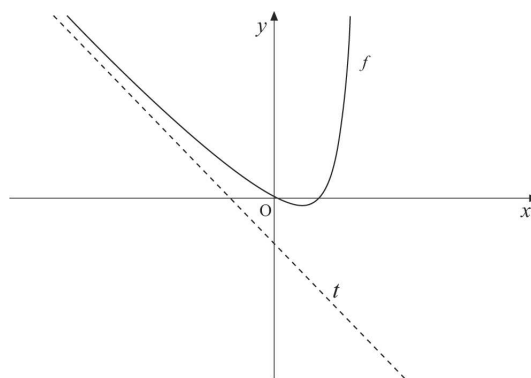
27. Seja f a função de domínio $[-\pi, +\infty[$, definida por:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-4x+1} & \text{se } x \geq 0 \\ \frac{3\text{sen}(x)}{x^2} & \text{se } -\pi \leq x < 0 \end{cases}$$

Estude a função f quanto à existência de assíntotas do seu gráfico, paralelas aos eixos coordenados, escrevendo as suas equações, caso existam.

Exame nacional de 2008 - 1.^a fase

28. Na figura, está representada parte do gráfico de uma função f de domínio $]-\infty, 2[$.

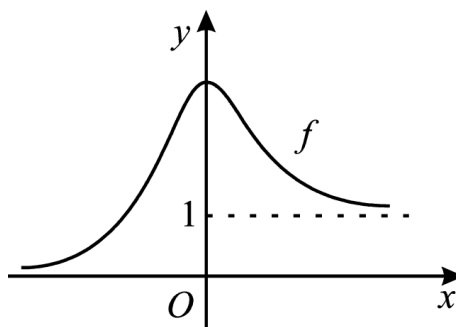


A reta t , de equação $y = -x - 1$, é assíntota do gráfico de f quando x tende para $-\infty$.
Qual é o valor do $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x + 1)$?

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) $+\infty$

Exame nacional de 2008 - 1.^a fase

29. Na figura está parte da representação gráfica de uma função f , de domínio \mathbb{R} .



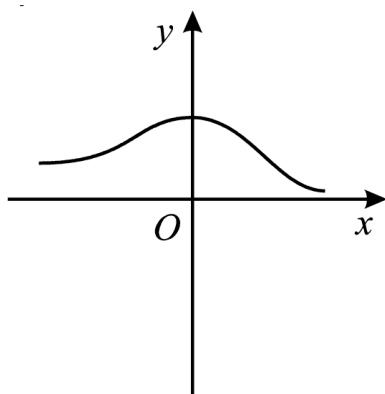
Tal como a figura sugere, o eixo Ox e a reta de equação $y = 1$ são assíntotas do gráfico de f .

Seja g a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = \ln [f(x)]$.

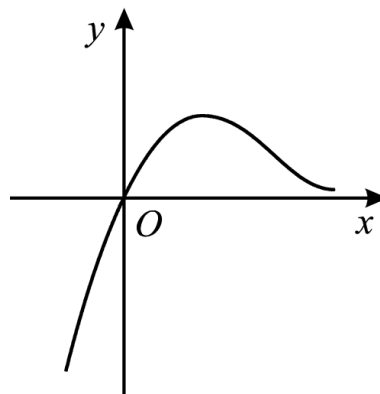
Numa das opções seguintes está parte da representação gráfica da função g .

Em qual delas?

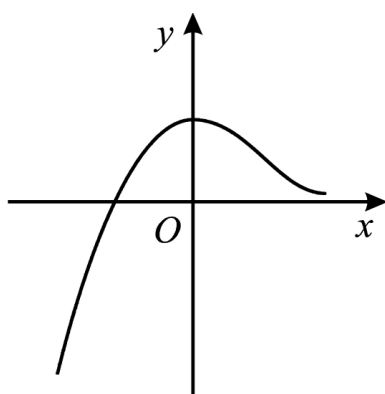
(A)



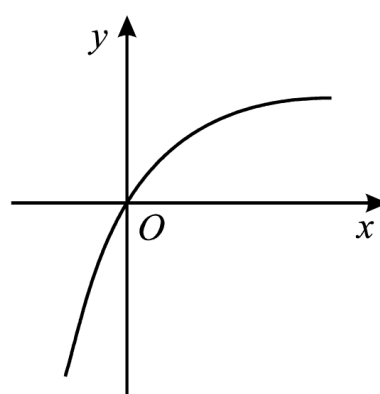
(B)



(C)

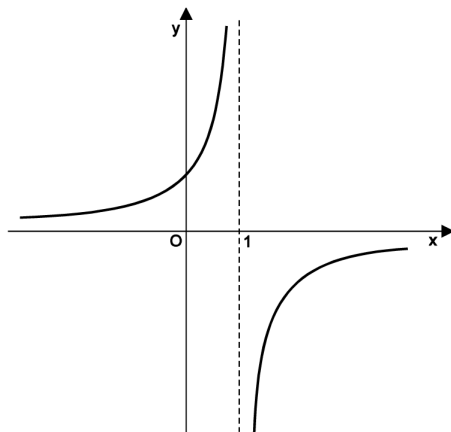


(D)



Exame nacional de 2007 - 1.ª fase

30. Na figura, está representada parte do gráfico de uma função g , real de variável real.



Tal como a figura sugere, a reta de equação $x = 1$ é assíntota do gráfico da função g .
Seja $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função definida por $h(x) = x - 1$.

O valor do $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{h(x)}{g(x)}$ é:

- (A) $-\infty$ (B) $+\infty$ (C) 0 (D) 1

Exame nacional de 2007 - 2.^a fase

31. Seja f a função, de domínio $]1, +\infty[$, definida por $f(x) = x + x \ln(x - 1)$.
Sem recorrer à calculadora, estude a função quanto à existência de assíntotas do seu gráfico.

Exame nacional de 2006 - 2.^a fase

32. De uma certa função f , de domínio \mathbb{R} , sabe-se que:

- é contínua;
- a reta de equação $y = x$ é assíntota do gráfico de f , quer quando $x \rightarrow +\infty$ quer quando $x \rightarrow -\infty$.

Mostre que o gráfico da função g , definida, em \mathbb{R} , por $g(x) = xf(x)$, não tem qualquer assíntota.

Exame nacional de 2006 - 1.^a fase

33. Seja f a função, de domínio \mathbb{R}^+ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\ln x} & \text{se } 0 < x < 1 \\ xe^{2-x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Sem recorrer à calculadora, estude a função f quanto à existência de assíntotas do seu gráfico.

Exame nacional de 2006 - 1.ª fase