Probabilidades - Exames Nacionais

1. Um saco contém bolas azuis e bolas brancas, indistinguíveis ao tato. Cada bola tem uma única cor e só existem bolas azuis e bolas brancas no saco.
Retiram-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas do saco.
Sejam A e B os acontecimentos:
A : “A primeira bola retirada é azul”
B : “A segunda bola retirada é branca”
Sabe-se que $P\left(A \cap B\right) = \frac{1}{3}P(A)$.
Justifique que inicialmente existia um número ímpar de bolas azuis no saco.
Sugestão: comece por designar por a o número de bolas azuis e por b o número de bolas brancas que existiam inicialmente no saco.

Exame Nacional de 2020 - 1.ª fase

2. Um saco contém n bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a n (com n par e superior a 6).
Retira-se, ao acaso, uma bola do saco.
Sejam A e B os acontecimentos:
A: “o número da bola retirada é menor ou igual a 6”
B:“o número da bola retirada é par”
Escreva o significado de $P\left(\overline{A} \cup B\right)$ no contexto da situação descrita e determine uma expressão, em função de n, que dê esta probabilidade.
Apresente a expressão na forma de uma fração.

Exame Nacional de 2017 - 2.ª fase

3. Uma caixa contém bolas de várias cores, indistinguíveis ao tato, umas com um logotipo desenhado e outras não. Das bolas existentes na caixa, dez são amarelas. Dessas dez bolas, três têm o logotipo desenhado.
Retira-se, ao acaso, uma bola da caixa. Sabe-se que a probabilidade de ela não ser amarela ou de não ter um logotipo desenhado é igual a $\frac{15}{16}$.
Determine o número de bolas que a caixa contém.

Exame Nacional de 2019 - $1.^{\text{a}}$ fase

4. Uma escola secundária tem apenas turmas de $10.^{\circ}$, $11.^{\circ}$ e $12.^{\circ}$ anos.
Relativamente aos alunos desta escola, sabe-se que:

- $\frac{3}{5}$ dos alunos do $10.^{\circ}$ ano são rapazes;
- $\frac{11}{21}$ dos alunos da escola são rapazes;
- $\frac{1}{7}$ dos alunos da escola são rapazes e frequentam o $10.^{\circ}$ ano.

Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola.
Determine a probabilidade de o aluno escolhido ser uma rapariga e não frequentar o $10.^{\circ}$ ano.
Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

Exame Nacional de 2019 - $2.^{\text{a}}$ fase

5. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subseteq \Omega$ e $B \subseteq \Omega$).
Sabe-se que:

- $P(A) = 0{,}4$;
- $P\left(\overline{B}\right) = 0{,}7$;
- $P\left(A \cup B\right) = 0{,}5$

Qual é o valor de $P\left(\overline{A} \cup \overline{B}\right)$?

(A) $0{,}6$ **(B)** $0{,}7$ **(C)** $0{,}8$ **(D)** $0{,}9$

Exame Nacional de 2015 - $1.^{\text{a}}$ fase

6. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$) incompatíveis.
Sabe-se que $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = 0{,}3$ e que $P(A) = 0{,}5$.
Qual é o valor de $P(B)$?

(A) $0{,}2$ **(B)** 0 **(C)** $0{,}5$ **(D)** $0{,}4$

Exame nacional de 2011 - Época Especial

7. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Sabe-se que:

- $P(A) = 30\%$;
- $P(A \cup B) = 70\%$;
- A e B são incompatíveis.

Qual é o valor de $P(B)$?

(A) 21% **(B)** 40% **(C)** 60% **(D)** 61%

Exame nacional de 2010 - 1.ª fase

8. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Sabe-se que:

- $P(A) = 0{,}4$
- $P(B) = 0{,}3$
- $P(A \cap B) = 0{,}3$

Qual é o valor de $P(A \cup B)$?

(A) $0{,}4$ **(B)** $0{,}6$ **(C)** $0{,}7$ **(D)** $0{,}8$

Exame nacional de 2010 - Época Especial

9. Uma caixa contém bolas indistinguíveis ao tato e de duas cores diferentes: azul e roxo. Sabe-se que:

- o número de bolas azuis é 8;
- extraindo-se, ao acaso, uma bola da caixa, a probabilidade de ela ser azul é igual a $\frac{1}{2}$.

Quantas bolas roxas há na caixa?

(A) 16 **(B)** 12 **(C)** 8 **(D)** 4

Exame nacional de 2010 - 2.ª fase

10. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Mostre que $P(B) + P\left(\overline{A}\right) + P\left(\overline{A} \cup \overline{B}\right) = 2P\left(\overline{A}\right) + P(A \cup B)$.
(P designa probabilidade e $\overline{A}$ designa acontecimento contrário de A.)

Exame nacional Especial de 2009 - 1.ª fase

11. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Prove que:

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A}) - P(B) + P(A \cup B)$$

(P designa a probabilidade, $\overline{A}$ designa o acontecimento contrário de A e $\overline{B}$ designa o acontecimento contrário de B.)

Exame nacional de 2008 - 2.ª fase

12. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que:

- $P\left(A \cup B\right) = 80\%$
- $P(B) = 60\%$
- $P\left(A \cap B\right) = 10\%$

Qual é o valor de $P(A)$?

(A) 10% **(B)** 20% **(C)** 30% **(D)** 40%

Exame nacional de 2008 - 1.ª fase

13. Em duas caixas, A e B, introduziram-se bolas indistinguíveis ao tato:

- na caixa A: algumas bolas verdes e algumas bolas azuis;
- na caixa B: três bolas verdes e quatro azuis.

Retira-se, ao acaso, uma bola da caixa A e coloca-se na caixa B. De seguida, retira-se, também ao acaso, uma bola da caixa B.
Sabendo que a probabilidade de a bola retirada da caixa B ser azul é igual a $\frac{1}{2}$, mostre que a bola que foi retirada da caixa A e colocada na caixa B tinha cor verde.

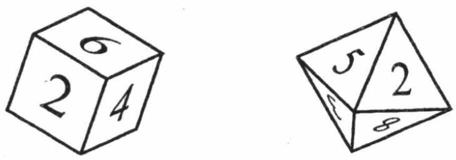
Exame nacional de 2008 - 1.ª fase

14. Lançaram-se dois dados, ambos com as faces numeradas de um a seis. Sabe-se que a soma dos números saídos foi quatro.
Qual é a probabilidade de ter saído o mesmo número, em ambos os dados?

(A) $\frac{1}{5}$ **(B)** $\frac{1}{4}$ **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** $\frac{1}{2}$

Exame Nacional de 2007 - 1.ª fase

15. A Sofia tem dois dados equilibrados.
Um dos dados é um cubo com as faces numeradas de 1 a 6.
O outro dado é um octaedro com as faces numeradas de 1 a 8.



A Sofia lança os dois dados e observa os números saídos (nas faces que ficam voltadas para cima).
No âmbito desta experiência, dê um exemplo de dois acontecimentos, A e B, nem impossíveis, nem certos, e tais que $A \neq B$ e $P(A \cap B) = P(A)$.

Exame especial de 2006 - 1.ª fase

16. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Sabe-se que $P(A) = 0{,}3$.
Apenas um dos acontecimentos seguintes pode ter probabilidade inferior a $0{,}3$.
Qual deles?

(A) $A \cup B$ **(B)** $\overline{A} \cup B$ **(C)** $A \cap B$ **(D)** $\overline{A \cap B}$

Exame Nacional de 2006 - 1.ª fase

17. Uma turma de 12.° ano é constituída por raparigas, umas de 16 anos e as restantes de 17 anos, e por rapazes, uns de 17 anos e os restantes de 18 anos.
Os alunos dessa turma estão numerados consecutivamente, a partir do número 1.
Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa turma e regista-se o número, a idade e o sexo desse aluno.
Em cada uma das opções seguintes estão indicados dois acontecimentos, X e Y associados a esta experiência aleatória.

Opção 1: X: "O aluno escolhido tem idade superior ou igual a 17 anos"
Y: "O aluno escolhido tem 16 ou 17 anos"
Opção 2: X: "O número do aluno escolhido é par"
Y: "O número do aluno escolhido é múltiplo de 4"
Opção 3: X: "O aluno escolhido tem 18 anos"
Y: "O aluno escolhido é rapariga"
Opção 4: X: "O aluno escolhido é rapaz"
Y: "O aluno escolhido tem 17 anos"

Em apenas uma das opções acima apresentadas os acontecimentos X e Y são tais que são verdadeiras as três afirmações seguintes:

$$P(X \cup Y) > P(X), \; P(X \cup Y) < 1 \text{ e } P(X \cap Y) > 0.$$

Qual é essa opção? Numa pequena composição, explique por que é que rejeita as outras três opções (para cada uma delas, indique, justificando, qual é a afirmação falsa).

Exame Nacional de 2006 - 2.ª fase