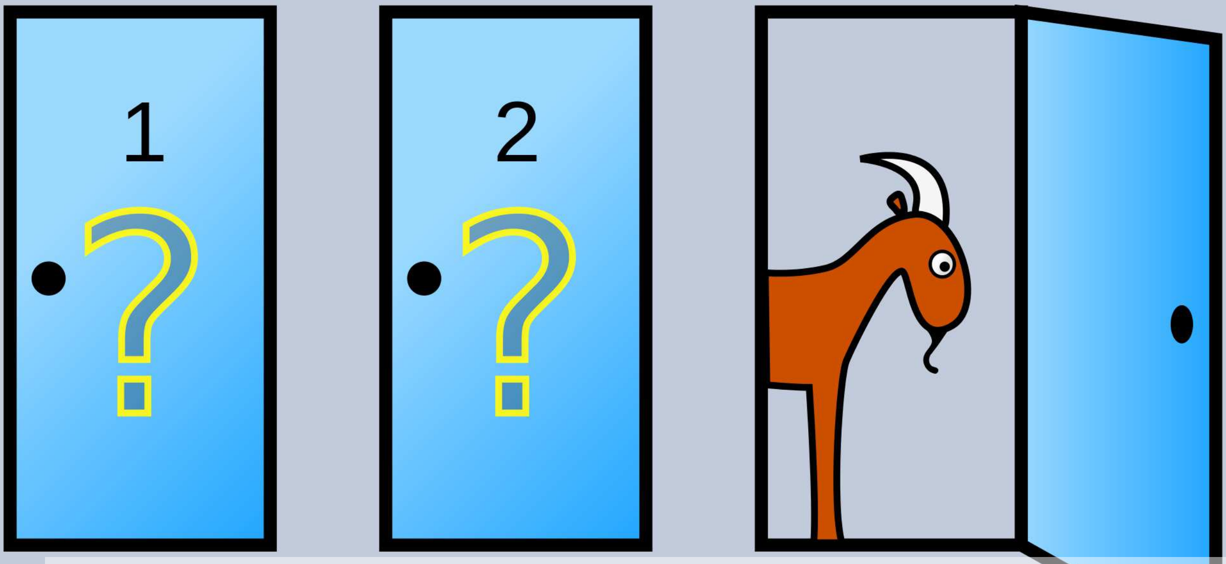


Probabilidade condicionada - Exames

1. Numa dada localidade, existe um clube onde se pratica badmínton e ténis.
Relativamente a este clube, sabe-se que:

- cada sócio pratica uma e só uma das duas modalidades;
- 65% dos sócios são mulheres;
- $\frac{1}{7}$ dos homens pratica badmínton;
- $\frac{5}{6}$ dos praticantes de badmínton são mulheres.

Escolhe-se, ao acaso, um sócio deste clube.
Determine a probabilidade de o sócio escolhido ser uma mulher que pratica ténis.
Apresente o resultado na forma de percentagem.

Exame nacional de 2021 - 2.ª fase

2. Numa escola frequentada por estudantes portugueses e estrangeiros, 60% dos alunos são raparigas e 15% são rapazes estrangeiros.
Escolheu-se, ao acaso, um aluno dessa escola e verificou-se que era um rapaz.
Qual é a probabilidade de ele ser português?

(A) 45% **(B)** 50% **(C)** $57{,}5\%$ **(D)** $62{,}5\%$

Exame nacional de 2021 - 1.ª fase

3. Seja E o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset E$ e $B \subset E$).
Sabe-se que:

- $P(A) = 0.3$; $P(B) = 0.4$;
- $P\left(\overline{A} \cup \overline{B}\right) = 0.9$.

Determine o valor da probabilidade condicionada $P\left(A | \left(A \cup B\right)\right)$.
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame nacional de 2020 - 2.ª fase

4. Num clube desportivo, praticam-se as modalidades de basquetebol e futebol, entre outras.
Sabe-se que, escolhido ao acaso um atleta deste clube, a probabilidade de ele praticar basquetebol é $\frac{1}{5}$ e a probabilidade de ele praticar futebol é $\frac{2}{5}$.
Sabe-se ainda que, dos atletas que não praticam futebol, 3 em cada 4 não praticam basquetebol.
Mostre que existe, pelo menos, um atleta do clube que pratica as duas modalidades desportivas.

Exame nacional de 2018 - 2.ª fase

5. Uma escola dedica-se ao ensino de Espanhol e de Inglês, entre outras línguas.
Relativamente a essa escola, sabe-se que:

- o número de alunos que estudam Espanhol é igual ao número de alunos que estudam Inglês;
- o número de alunos que estudam, pelo menos, uma das duas línguas é o quádruplo do número de alunos que estudam as duas línguas.

Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola.
Determine a probabilidade de esse aluno estudar Inglês, sabendo que estuda Espanhol.
Apresente o resultado na forma de percentagem.

Exame nacional de 2018 - 1.ª fase

6. Uma turma é constituída por rapazes e por raparigas, num total de 20 alunos.
Sabe-se que:

- $\frac{1}{4}$ dos rapazes tem olhos verdes;
- escolhido, ao acaso, um aluno da turma, a probabilidade de ele ser rapaz e de ter olhos verdes é $\frac{1}{10}$.

Quantos rapazes tem a turma?

(A) 4 **(B)** 8 **(C)** 12 **(D)** 16

Exame nacional de 2017 - 2.ª fase

7. Considere nove fichas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 9.
Considere duas caixas, U e V.
Colocam-se as fichas numeradas de 1 a 5 na caixa U e as fichas numeradas de 6 a 9 na caixa V.
Realiza-se a seguinte experiência.
Retira-se, ao acaso, uma ficha da caixa U e retira-se, também ao acaso, uma ficha da caixa V.
Sejam A e B os acontecimentos:
A: "A soma dos números das fichas retiradas é igual a 10"
B: "O produto dos números das fichas retiradas é ímpar"
Determine o valor de $P(B|A)$, sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada.
Na sua resposta:

- explique o significado de $P(B|A)$ no contexto da situação descrita;
- indique os casos possíveis, apresentando cada um deles na forma (u, v), em que u designa o número da ficha retirada da caixa U e v designa o número da ficha retirada da caixa V;
- indique os casos favoráveis;
- apresente o valor pedido na forma de fração irredutível.

Exame nacional de 2017 - 1.ª fase

8. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subseteq \Omega$ e $B \subseteq \Omega$).

- $P(A) = 0.2$
- $P(B) = 0.3$
- $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = 0.6$

Qual é o valor de $P(A|B)$?

(A) $\frac{1}{3}$ **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** $\frac{2}{3}$ **(D)** $\frac{5}{6}$

Exame nacional de 2017 - 1.ª fase

9. Uma escola secundária tem alunos de ambos os sexos.
Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola.
Seja A o acontecimento "o aluno escolhido é rapariga", e seja B o acontecimento "o aluno escolhido frequenta o 10.º ano".
Sabe-se que:

- a probabilidade de o aluno escolhido ser rapaz ou não frequentar o 10.° ano é 0,82;
- a probabilidade de o aluno escolhido frequentar o 10.° ano, sabendo que é rapariga, é $\frac{1}{3}$.

Determine $P(A)$.

Exame nacional de 2016 - 2.ª fase

10. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subseteq \Omega$ e $B \subseteq \Omega$).

- $P(A) = \frac{2}{5}$
- $P(B) = \frac{3}{10}$
- $P(A|B) = \frac{1}{6}$

Qual é o valor de $P(A \cup B)$?

(A) $\frac{4}{5}$ **(B)** $\frac{7}{10}$ **(C)** $\frac{13}{20}$ **(D)** $\frac{19}{30}$

Exame nacional de 2016 - 1.ª fase

11. Seja X, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$), com $P(A) \neq 0$.
Prove que $P\left(A \cup \overline{B}\right) - 1 + P(B) = P(A) \times P\left(B|A\right)$.

Exame nacional de 2015 - 2.ª fase

12. Um saco contém nove bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 9. As bolas numeradas de 1 a 5 são pretas e as restantes são brancas.
Retira-se, ao acaso, uma bola do saco e observa-se a sua cor e o seu número.
Considere os seguintes acontecimentos, associados a esta experiência aleatória:
A: “a bola retirada é preta”
B: “o número da bola retirada é um número par”
Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(A|B)$?

(A) $\frac{2}{5}$ **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** $\frac{3}{5}$ **(D)** $\frac{3}{4}$

Exame nacional de 2015 - 2.ª fase

13. De uma empresa com sede em Coimbra, sabe-se que:

- 60% dos funcionários residem fora de Coimbra;
- os restantes funcionários residem em Coimbra.

Relativamente aos funcionários dessa empresa, sabe-se ainda que:

- o número de homens é igual ao número de mulheres;
- 30% dos homens residem fora de Coimbra.

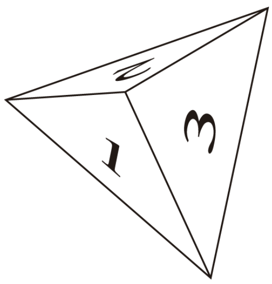
Escolhe-se, ao acaso, um funcionário dessa empresa.
Qual é a probabilidade de o funcionário escolhido ser mulher, sabendo que reside em Coimbra?
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame nacional de 2015 - $1.^{\text{a}}$ fase

14. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$), com $P(A) \neq 0$.
Mostre que $P(B|A) \geq 1 - \dfrac{1 - P(B)}{P(A)}$.

Exame Nacional de 2011 - $1.^{\text{a}}$ fase

15. Na figura, está representado um tetraedro com as faces numeradas de 1 a 4



Considere, a experiência aleatória que consiste em lançar 4 vezes o tetraedro representado na figura e registar, em cada lançamento, o número inscrito na face voltada para baixo.
Sejam I e J os acontecimentos seguintes.
I : "o número registado nos três primeiros lançamentos do tetraedro é o número 2";
J : "a soma dos números registados nos quatro lançamentos do tetraedro é menor do que 10".
Indique o valor de $P(J|I)$ sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada.
Numa composição, explique o seu raciocínio, começando por referir o significado de $P(J|I)$ no contexto da situação descrita.

Exame Nacional de 2011 - Época especial

16. Uma companhia aérea vende bilhetes a baixo custo exclusivamente para viagens cujos destinos sejam Berlim ou Paris.
A companhia aérea constatou que, quando o destino é Berlim, 5% dos seus passageiros perdem o voo e que, quando o destino é Paris, 92% dos passageiros seguem viagem. Sabe-se que 30% dos bilhetes a baixo custo que a companhia aérea vende têm por destino Berlim.
Determine a probabilidade de um passageiro, que comprou um bilhete a baixo custo nessa companhia aérea, perder o voo.
Apresente o resultado na forma de dízima.

Exame Nacional de 2011 - 1.ª fase

17. Uma turma do $12.^\circ$ ano de uma escola secundária tem 18 raparigas e 10 rapazes. Nessa turma, 20 alunos têm Inglês. Dos alunos da turma que têm Inglês só 4 são rapazes.
Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa turma.
Qual é a probabilidade de o aluno escolhido não ter Inglês, sabendo que é rapariga?

(A) $\frac{1}{9}$ **(B)** $\frac{2}{9}$ **(C)** $\frac{3}{5}$ **(D)** $\frac{1}{4}$

Exame Nacional de 2011 - Época especial

18. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos tais que $A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$, com $P(B) \neq 0$.
Mostre que $P\left(\overline{A \cap B}|B\right) = P\left(\overline{A}|B\right)$.

Exame Nacional de 2011 - Época especial

19. Num determinado clube desportivo praticam-se apenas dois desportos, futebol e andebol.
Dos jovens inscritos nesse clube, 28 jogam apenas futebol, 12 jogam apenas andebol e 12 jogam futebol e andebol. Escolhe-se, ao acaso, um dos jovens inscritos.
Qual é a probabilidade de o jovem escolhido jogar andebol sabendo que joga futebol?

(A) $\frac{1}{2}$ **(B)** $\frac{3}{10}$ **(C)** $\frac{7}{10}$ **(D)** $\frac{3}{7}$

Exame Nacional de 2011 - Época especial

20. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos tais que $A \subset \Omega$, $B \subset \Omega$ e $P(B) \neq 0$.
Mostre que $\dfrac{P(A \cup B)}{P(B)} - P(\overline{A}|B) = \dfrac{P(A)}{P(B)}$.
(P designa probabilidade; $\overline{A}$ designa o acontecimento contrário de A; $P(\overline{A}|B)$ designa a probabilidade de A, dado B)

Exame Nacional de 2010 - 2.ª fase

21. A Figura 1 e a Figura 2 representam, respetivamente, as planificações de dois dados cúbicos equilibrados, A e B.

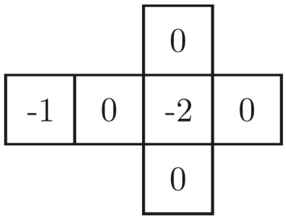


Figura 1

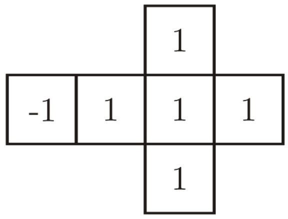


Figura 2

Lançam-se, simultaneamente, os dois dados.
Considere que o número da face voltada para cima no dado A (Figura 1) é a abcissa de um ponto Q do referencial o.n. xOy, e que o número da face voltada para cima no dado B (Figura 2) é a ordenada desse ponto Q.
Considere agora os acontecimentos:
J : "o número saído no dado A é negativo";
L : "o ponto Q pertence ao terceiro quadrante".
Indique o valor de $P(L|J)$, sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada. Apresente o resultado na forma de fracção.
Numa composição, explique o seu raciocínio, começando por referir o significado de $P(L|J)$ no contexto da situação descrita.

Exame Nacional de 2010 - 2.ª fase

22. Uma turma é constituída por 27 alunos, dos quais 17 são rapazes. A Maria e o Manuel são alunos dessa turma. A professora de Português vai escolher, ao acaso, um grupo de cinco alunos para definirem as regras de um Jogo de Palavras.
Considere os acontecimentos:
A: "a Maria e o Manuel são escolhidos para definirem as regras do jogo";
B: "dos cinco alunos escolhidos, dois são rapazes e três são raparigas".
Uma resposta correta para a probabilidade condicionada $P(B|A)$ é $\dfrac{16 \times {}^{9}C_2}{{}^{25}C_2}$.
Numa composição, explique porquê.
A sua composição deve incluir:

- a interpretação do significado de $P(B|A)$, no contexto da situação descrita;
- uma referência à regra de Laplace;
- uma explicação do número de casos possíveis;
- uma explicação do número de casos favoráveis.

Exame Nacional de 2010 - Época especial

23. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos tais que $A \subset \Omega$, $B \subset \Omega$ e $P(B) \neq 0$.
Mostre que $1 - P(A|B) \times P(B) - P\left(A \cap \overline{B}\right) = P\left(\overline{A}\right)$.
(P designa probabilidade, $\overline{A}$ designa o acontecimento contrário de A, e $P(A|B)$ designa a probabilidade de A dado B.)

Exame Nacional de 2009 - 2.ª fase

24. Admita que um estudante tem de realizar dois testes no mesmo dia. A probabilidade de ter classificação positiva no primeiro teste é 0.7, a de ter classificação positiva no segundo teste é 0.8, e a de ter classificação negativa em ambos os testes é 0.1.
Qual é a probabilidade de o estudante ter negativa no segundo teste, sabendo que teve negativa no primeiro teste?

(A) $\frac{1}{8}$ **(B)** $\frac{1}{7}$ **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** $\frac{1}{2}$

Exame Nacional de 2009 - 2.ª fase

25. Uma caixa contém bolas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 20. As bolas numeradas de 1 a 10 têm cor verde, e as bolas numeradas de 11 a 20 têm cor amarela.
Considere a experiência aleatória que consiste em retirar, sucessivamente, duas bolas da caixa, não repondo a primeira bola retirada, e em registar a cor das bolas retiradas.
Na mesma experiência aleatória, considere os acontecimentos:
A: "A 1.ª bola retirada é verde."
B: "A 2.ª bola retirada é amarela."
C: "O número da 2.ª bola retirada é par."
Qual é o valor da probabilidade condicionada $P((B \cap C)|A)$?
A resposta correta a esta questão é $P((B \cap C)|A) = \frac{5}{19}$.
Numa pequena composição, sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, explique o valor dado, começando por interpretar o significado de $P((B \cap C)|A)$, no contexto da situação descrita e fazendo referência:

- à Regra de Laplace;
- ao número de casos possíveis;
- ao número de casos favoráveis.

Exame Nacional de 2009 - 1.ª fase

26. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Sabe-se que:

- $P(A) = 0{,}3$

- $P(B) = 0{,}4$
- $P(A \cup B) = 0{,}5$

(P designa probabilidade.)
Qual é a probabilidade de se realizar A, sabendo que B se realiza?

(A) $\frac{1}{6}$ **(B)** $\frac{1}{4}$ **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** $\frac{1}{2}$

Exame Nacional de 2009 - 1.ª fase

27. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Mostre que: $1 - P\left(\overline{A \cup B}\right) + P\left(A|B\right) \times P(B) = P(A) + P(B)$.
(P designa probabilidade, $\overline{A}$ representa o acontecimento contrário de A e $P(A|B)$ é a probabilidade de A dado B.)

Exame Nacional de 2008 - Época especial

28.

(a) Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Prove que:

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A}) - P(B) + P(A \cup B)$$

(P designa a probabilidade, $\overline{A}$ designa o acontecimento contrário de A e $\overline{B}$ designa o acontecimento contrário de B.)

(a) Numa determinada cidade, das 160 raparigas que fizeram o exame nacional de Matemática, 65% tiveram classificação positiva, e, dos 120 rapazes que fizeram o mesmo exame, 60% também tiveram classificação positiva.
Escolhendo, ao acaso, um dos estudantes que realizaram o exame, qual é a probabilidade de o estudante escolhido não ser rapaz ou não ter tido classificação positiva?
Apresente o resultado em forma de dízima, com aproximação às centésimas.
Nota:
Se o desejar, utilize a igualdade referida em a) Neste caso, deverá começar por caraterizar claramente os acontecimentos A e B, no contexto da situação apresentada; no entanto, pode optar por resolver o problema por outro processo.

Exame Nacional de 2008 - 2.ª fase

29. Uma caixa A contém duas bolas verdes e uma bola amarela. Outra caixa B contém uma bola verde e três bolas amarelas. As bolas colocadas nas caixas A e B são indistinguíveis ao tato.
Lança-se um dado cúbico perfeito, com as faces numeradas de 1 a 6. Se sair o número 5,

tira-se uma bola da caixa A; caso contrário, tira-se uma bola da caixa B.
Qual é a probabilidade de a bola retirada ser verde, sabendo que saiu o número 5 no lançamento do dado?

(A) $\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{1}{3}$ **(C)** $\frac{3}{4}$ **(D)** $\frac{2}{3}$

Exame Nacional de 2008 - $2.^{\text{a}}$ fase

30. Numa sala de Tempos Livres, a distribuição dos alunos por idades e sexo é a seguinte:

	5 anos	6 anos	7 anos
Rapaz	1	5	2
Rapariga	3	5	7

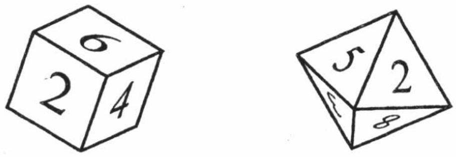
Escolhe-se um aluno ao acaso.
Sejam A e B os acontecimentos:
A: "*o aluno tem 7 anos*";
B: "*o aluno é rapaz*".
Indique, justificando, o valor da probabilidade condicionada $P(B|A)$. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
Nota: no caso de utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, explicite os valores das duas probabilidades envolvidas nessa fórmula.

Exame Nacional de 2006 - $2.^{\text{a}}$ fase

31. De uma caixa com dez bolas brancas e algumas bolas pretas, extraem-se sucessivamente, e ao acaso, duas bolas, não repondo a primeira bola extraída, antes de retirar a segunda.
Considere os acontecimentos:
A: "a primeira bola extraída é preta";
B: "a segunda bola extraída é branca".
Sabe-se que $P(B|A) = \frac{1}{2}$ ($P(B|A)$ designa probabilidade de B, se A).
Quantas bolas pretas estão inicialmente na caixa? Numa pequena composição, justifique a sua resposta, começando por explicar o significado de $P(B|A)$ no contexto da situação descrita.

Exame Nacional de 2006 - $1.^{\text{a}}$ fase

32. A Sofia tem dois dados equilibrados.
Um dos dados é um cubo com as faces numeradas de 1 a 6.
O outro dado é um octaedro com as faces numeradas de 1 a 8.



A Sofia lança os dois dados e observa os números saídos (nas faces que ficam voltadas para cima).
Considere os acontecimentos:
C: o produto dos números saídos é 16.
D: os números saídos são iguais.
Sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, indique o valor de $P(C|D)$ e de $P(D|C)$. Numa pequena composição, justifique a sua resposta, começando por explicar o significado das probabilidades pedidas, no contexto da situação descrita.

Exame Nacional de 2006 - $1.^{a}$ fase