Complexos de exames - forma trigonom.

1. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z = 2e^{i\frac{3\pi}{5}}$.
Seja w o número complexo tal que $z \times w = i$.
Qual dos valores seguintes é um argumento do número complexo w?

(A) $\frac{19\pi}{10}$ **(B)** $\frac{2\pi}{5}$ **(C)** $-\frac{2\pi}{5}$ **(D)** $-\frac{19\pi}{10}$

Exame Nacional de 2021 - 2.ª fase

2. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$ e $z_2 = 2e^{i\frac{3\pi}{28}}$.
Seja w o número complexo tal que $w = \frac{z_1}{z_2}$.
Sabe-se que, no plano complexo, o afixo do número complexo w é um dos vértices de um polígono regular com centro na origem do referencial e com outro vértice sobre o semieixo real positivo.
Qual é o número mínimo de vértices desse polígono?

(A) 7 **(B)** 14 **(C)** 21 **(D)** 28

Exame Nacional de 2021 - 1.ª fase

3. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos.
Resolva este item sem recorrer à calculadora.
Considere, em $\mathbb{C}$, a equação $z^2 = \bar{z}$.
Sabe-se que, no plano complexo, os afixos dos números complexos não nulos que são soluções desta equação são os vértices de um polígono regular.
Determine o perímetro desse polígono.

Exame Nacional de 2020 - 1.ª fase

4. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, seja $z = -1 + 2i$.
Seja θ o menor argumento positivo do número complexo $\overline{z}$ (conjugado de z).
A qual dos intervalos seguintes pertence θ?

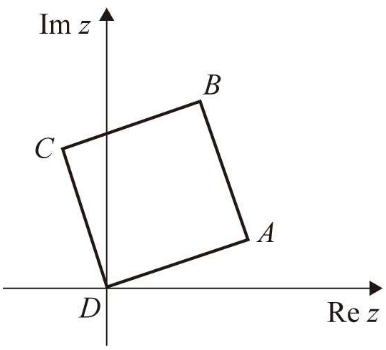
(A) $\left]0, \frac{\pi}{4}\right[$ **(B)** $\left]\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right[$ **(C)** $\left]\pi, \frac{5\pi}{4}\right[$ **(D)** $\left]\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right[$

Exame Nacional de 2019 - 1.ª fase

5. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z = \dfrac{(2-i)^2 + 1 + i}{1 - 2i} + 3i^{15}$.
Escreva o complexo $-\frac{1}{2} \times \overline{z}$ na forma trigonométrica.

Exame Nacional de 2018 - 2.ª fase

6. Na figura, está representado, no plano complexo, o quadrado $[ABCD]$.

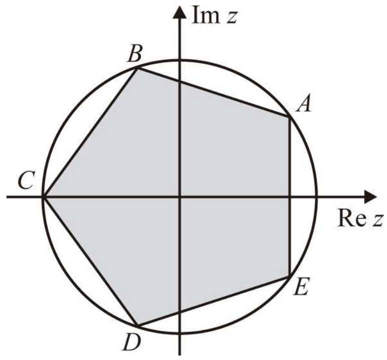


Sabe-se que o ponto A é o afixo (imagem geométrica) de um número complexo z e que o ponto D é o afixo (imagem geométrica) do complexo nulo.
Qual é o número complexo cujo afixo (imagem geométrica) é o ponto B?

(A) $z(1+i)$ **(B)** iz **(C)** $i^3 z$ **(D)** $z(2+i)$

Exame Nacional de 2019 - 2.ª fase

7. Na figura, está representado, no plano complexo, um pentágono regular $[ABCDE]$ inscrito numa circunferência de centro na origem e raio 1.



Sabe-se que o ponto C pertence ao semieixo real negativo.
Seja z o número complexo cujo afixo (imagem geométrica) é o ponto A.
Qual é o valor de z^5?

(A) -1 **(B)** 1 **(C)** i **(D)** $-i$

Exame Nacional de 2018 - 1.ª fase

8. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $w = 1 + \dfrac{2\sqrt{3} - \sqrt{3}i^5}{1 + 2i}$.
Sabe-se que w é uma raiz quarta de um certo complexo z.
Determine a raiz quarta de z cujo afixo (imagem geométrica) pertence ao primeiro quadrante.
Apresente o resultado na forma trigonométrica, com argumento pertencente ao intervalo $\left]0, \dfrac{\pi}{2}\right[$.

Exame Nacional de 2018 - 1.ª fase

9. Para um certo número real x, pertencente ao intervalo $\left]0, \dfrac{\pi}{12}\right[$, o número complexo $z = (\cos x + i \sin x)^{10}$ verifica a condição $\operatorname{Im}(z) = \dfrac{1}{3}\operatorname{Re}(z)$.
Qual é o valor de x arredondado às centésimas?

(A) $0{,}02$ **(B)** $0{,}03$ **(C)** $0{,}12$ **(D)** $0{,}13$

Exame Nacional de 2018 - 1.ª fase

10. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, sejam

$$z_1 = \frac{1-3i^{19}}{1+i} \quad \text{e} \quad z_2 = -3ke^{i\frac{3\pi}{2}}, \text{com } k \in \mathbb{R}^+.$$

Sabe-se que, no plano complexo, a distância entre a imagem geométrica de z_1 e a imagem geométrica de z_2 é igual a $\sqrt{5}$.
Qual é o valor de k?
Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Exame Nacional de 2017 - 2.ª fase

11. Seja ρ um número real positivo, e seja i um número real pertencente ao intervalo $]0, \pi[$.
Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z = \dfrac{-1+i}{(\rho e^{i\theta})^2}$ e $w = -\sqrt{2}i$.
Sabe-se que $z = w$.
Determine o valor de ρ e o valor de θ.

Exame Nacional de 2017 - 1.ª fase

12. Seja z um número complexo de argumento $\dfrac{\pi}{5}$.
Qual dos seguintes valores é um argumento do número complexo $-5iz$?

(A) $-\dfrac{3\pi}{10}$ **(B)** $-\dfrac{4\pi}{5}$ **(C)** $-\dfrac{7\pi}{5}$ **(D)** $-\dfrac{13\pi}{10}$

Exame Nacional de 2016 - 2.ª fase

13. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, seja $z = 3+4i$.
Sabe-se que z é uma das raízes de índice 6 de um certo número complexo w.
Considere, no plano complexo, o polígono cujos vértices são as imagens geométricas das raízes de índice 6 desse número complexo w.
Qual é o perímetro do polígono?

(A) 42 **(B)** 36

(C) 30 **(D)** 24

Exame Nacional de 2017 - 1.ª fase

14. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere

$$z_1 = \frac{8e^{i\theta}}{-1+\sqrt{3}i} \text{ e } z_2 = e^{i(2\theta)}.$$

Determine o valor de θ pertencente ao intervalo, $]0, \pi[$, de modo que $\overline{z_1} \times z_2$ seja um número real.

Exame Nacional de 2016 - 1.ª fase

15. Seja θ um número real pertencente ao intervalo, $\left]\pi, \frac{3}{2}\pi\right[$.

Considere o número complexo $z = -3e^{i\theta}$.

A que quadrante pertence a imagem geométrica do complexo z?

(A) Primeiro

(B) Segundo

(C) Terceiro

(D) Quarto

Exame Nacional de 2016 - 1.ª fase

16. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, seja $z_1 = \frac{-1+i}{\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}}$.

Determine os números complexos z que são solução da equação $z^4 = \overline{z_1}$, sem utilizar a calculadora.

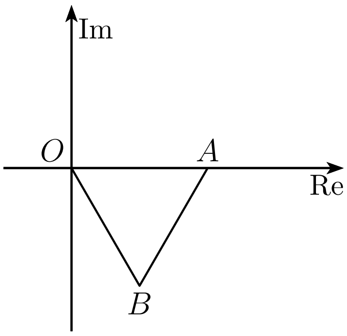
Apresente esses números na forma trigonométrica.

Exame Nacional de 2015 - 2.ª fase

17. Na figura, está representado, no plano complexo, um triângulo equilátero $[OAB]$.

Sabe-se que:

- o ponto O é a origem do referencial;
- o ponto A pertence ao eixo real e tem abcissa igual a 1;
- o ponto B pertence ao quarto quadrante e é a imagem geométrica de um complexo z.



Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $z = \sqrt{3}e^{i\frac{11\pi}{6}}$

(B) $z = e^{i\frac{11\pi}{6}}$

(C) $z = \sqrt{3}e^{i\frac{5\pi}{3}}$

(D) $z = e^{i\frac{5\pi}{3}}$

Exame Nacional de 2015 - 2.ª fase

18. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z = \dfrac{-2+2i^{19}}{\sqrt{2}e^{i\theta}}$.

Determine os valores de θ pertencentes ao intervalo $]0, 2\pi[$, para os quais z é um número imaginário puro.
Na resolução deste item, não utilize a calculadora.

Exame Nacional de 2011 - $1.^{\text{a}}$ fase

19. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere

$$z_1 = 1,\ z_2 = 5i \ \text{ e } \ z_3 = e^{i\frac{n\pi}{40}},\ n \in \mathbb{N}.$$

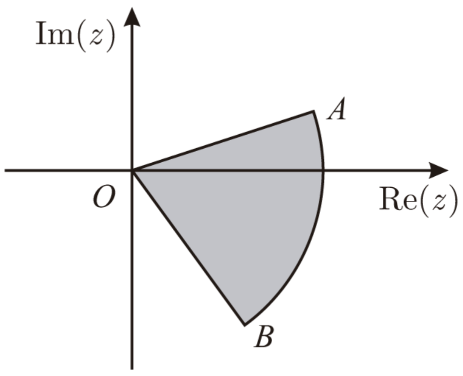
Resolva os dois itens seguintes sem recorrer à calculadora.

(a) O complexo z_1 é raiz do polinómio $z^3 - z^2 + 16z - 16$.
Determine, em $\mathbb{C}$, as restantes raízes do polinómio.
Apresente as raízes obtidas na forma trigonométrica.

(b) Determine o menor valor de n natural para o qual a imagem geométrica de $z_2 \times z_3$, no plano complexo, está no terceiro quadrante e pertence à bissetriz dos quadrantes ímpares.

Exame Nacional de 2011 - $1.^{\text{a}}$ fase

20. Na figura, está representado, no plano complexo, a sombreado, um setor circular.



Sabe-se que:

- o ponto A está situado no $1.^\circ$ quadrante;
- o ponto B está situado no $4.^\circ$ quadrante;
- $[AB]$ é um dos lados de um polígono regular cujos vértices são as imagens geométricas das raízes de índice 5 do complexo $32e^{i\frac{\pi}{2}}$;
- o arco AB está contido na circunferência de centro na origem do referencial e raio igual a $\overline{OA}$.

Qual dos números seguintes é o valor da área do sector circular AOB?

(A) $\frac{\pi}{5}$ **(B)** $\frac{4\pi}{5}$ **(C)** $\frac{2\pi}{5}$ **(D)** $\frac{8\pi}{5}$

Exame Nacional de 2011 - 1.ª fase

21. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z_1 = e^{i\frac{\pi}{7}}$ e $z_2 = 2 + i$.
Resolva os dois itens seguintes, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

(a) Determine o número complexo $w = \dfrac{3 - i\,(z_1)^7}{\overline{z_2}}$
(i designa a unidade imaginária, e $\overline{z_2}$ designa o conjugado de z_2).
Apresente o resultado na forma trigonométrica.

(b) Mostre que $|z_1 + z_2|^2 = 6 + 4\cos\left(\frac{\pi}{7}\right) + 2\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{7}\right)$.

Exame Nacional de 2010 - 1.ª fase

22. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z = 8e^{i\frac{\pi}{6}}$.
Qual dos números complexos seguintes é uma das raízes de índice seis de z?

(A) $\sqrt{2}e^{i\frac{25\pi}{36}}$ **(B)** $\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{36}}$ **(C)** $2\sqrt{2}e^{i\frac{25\pi}{36}}$ **(D)** $2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{36}}$

Exame Nacional de 2011 - Época especial

23. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z = 3e^{i\left(\frac{\pi}{8}-\theta\right)}$, com $\theta \in \mathbb{R}$.
Para qual dos valores seguintes de θ podemos afirmar que z é um número imaginário puro?

(A) $-\frac{\pi}{2}$ **(B)** $\frac{\pi}{2}$ **(C)** $\frac{\pi}{8}$ **(D)** $\frac{5\pi}{8}$

Exame Nacional de 2010 - 1.ª fase

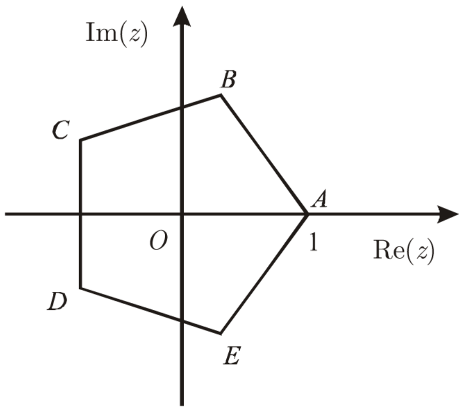
24. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z_1 = \dfrac{i}{1-i} - i^{18}$ e $z_2 = e^{i\frac{5}{6}\pi}$.

(a) Determine z_1 na forma trigonométrica, sem recorrer à calculadora.

(b) Determine o menor valor de $n \in \mathbb{N}$, tal que $(-iz_2)^n = -1$.

Exame Nacional de 2009 - 1.ª fase

25. A figura representa um pentágono $[ABCDE]$ no plano complexo.
Os vértices do pentágono são as imagens geométricas das raízes de índice n de um número complexo w.
O vértice A tem coordenadas $(1, 0)$.

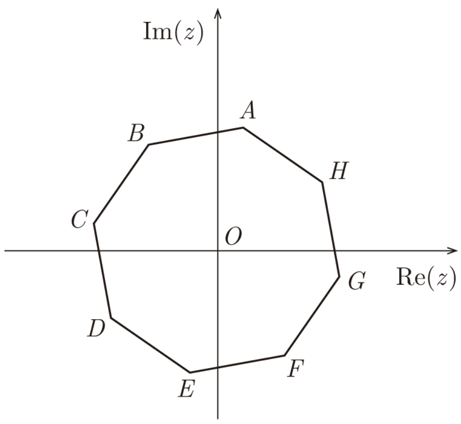


Qual dos números complexos seguintes tem por imagem geométrica o vértice D do pentágono?

(A) $5e^{i\frac{6\pi}{5}}$ **(B)** $e^{i\frac{6\pi}{5}}$ **(C)** $e^{-i\frac{\pi}{5}}$ **(D)** $e^{i\frac{\pi}{5}}$

Exame Nacional de 2010 - 2.ª fase

26. Considere, em $\mathbb{C}$, um número complexo w.
No plano complexo, a imagem geométrica de w é o vértice A do octógono $[ABCDEFGH]$, representado na figura.
Os vértices desse polígono são as imagens geométricas das raízes de índice 8 de um certo número complexo.



Qual dos números complexos seguintes tem como imagem geométrica o vértice C do octógono $[ABCDEFGH]$?

(A) $-w$ **(B)** $w+1$ **(C)** $i \times w$ **(D)** $i^8 \times w$

Exame Nacional de 2011 - Época especial

27. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere o conjunto
$A = \{z \in \mathbb{C} : i \times (z + \overline{z}) = 0\}$ (i designa a unidade imaginária, e $\overline{z}$ designa o conjugado de z).

Qual das retas seguintes pode ser a representação geométrica, no plano complexo, do conjunto A?

(A) o eixo real
(B) o eixo imaginário
(C) a bissetriz dos quadrantes pares
(D) a bissetriz dos quadrantes ímpares

Exame Nacional de 2010 - Época especial

28. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere o número complexo

$$z = \frac{(-1-i)^8}{\left(e^{i\frac{\pi}{8}}\right)^2} \times e^{i\frac{5\pi}{2}}.$$

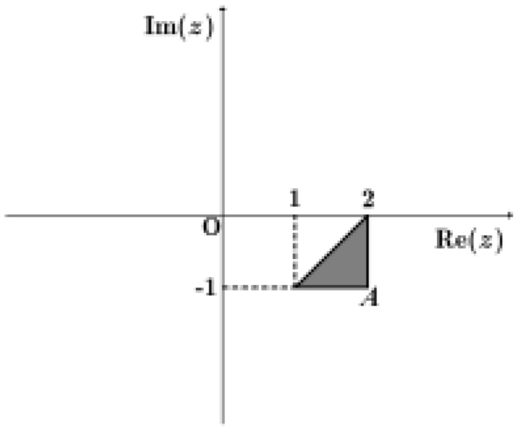
Resolva os dois itens seguintes, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

(a) Verifique que $z = 16e^{i\frac{\pi}{4}}$.

(b) Determine a área do polígono cujos vértices, no plano complexo, são as imagens geométricas das raízes quartas de z.

Exame Nacional de 2010 - Época especial

29. Na figura, está representada uma região do plano complexo. O ponto A tem coordenadas $(2, -1)$.



Qual das condições seguintes define em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, a região sombreada, incluindo a fronteira?

(A) $|z-1| \geq |z-(2-i)| \wedge \mathrm{Re}(z) \leq 2 \wedge \mathrm{Im}(z) \geq -1$
(B) $|z-1| \leq |z-(2-i)| \wedge \mathrm{Re}(z) \leq 2 \wedge \mathrm{Im}(z) \geq -1$
(C) $|z+1| \geq |z-(2+i)| \wedge \mathrm{Re}(z) \leq 2 \wedge \mathrm{Im}(z) \geq -1$
(D) $|z-1| \geq |z-(2-i)| \wedge \mathrm{Im}(z) \leq 2 \wedge \mathrm{Re}(z) \geq -1$

Exame Nacional de 2009 - 2.ª fase

30. Seja z um número complexo, em que um dos argumentos é $\frac{\pi}{3}$.

Qual dos valores seguintes é um argumento de $\frac{2i}{\overline{z}}$, sendo $\overline{z}$ o conjugado de z?

(A) $\frac{\pi}{6}$ **(B)** $\frac{2}{3}\pi$ **(C)** $\frac{5}{6}\pi$ **(D)** $\frac{7}{6}\pi$

Exame Nacional de 2009 - 1.ª fase

31. Determine o valor de θ, pertencente ao intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, de modo que a imagem geométrica do número complexo $\left(2e^{i\theta}\right)^2 \times \left(1 + \sqrt{3}i\right)$ pertença à bissetriz do $3.^\circ$ quadrante.

Exame Nacional de 2009 - Época especial

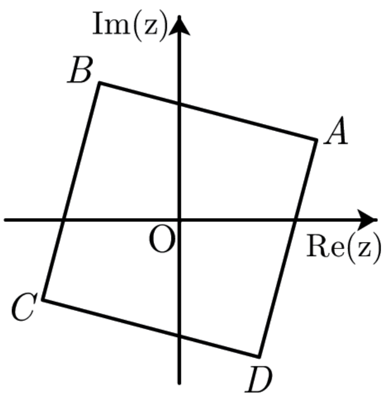
32. Considere, em C, o número complexo $z_1 = 3 - 2i$.

Determine, sem recorrer à calculadora, o número complexo $z = \dfrac{z_1 + z_1^2 + 2i^{43}}{8e^{i\frac{3\pi}{2}}}$.

Apresente o resultado na forma algébrica.

Exame Nacional de 2009 - 1.ª fase

33. Considere, em $\mathbb{C}$, o número complexo $w = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$.
No plano complexo, a imagem geométrica de w é um dos vértices do quadrado $[ABCD]$, com centro na origem O, representado na figura.



Qual dos números complexos seguintes tem como imagem geométrica o vértice D do quadrado?

(A) $2e^{i\frac{3\pi}{2}}$ **(B)** $2e^{i\frac{7\pi}{4}}$ **(C)** $2e^{i\frac{11\pi}{6}}$ **(D)** $2e^{i\frac{5\pi}{3}}$

Exame Nacional de 2008 - 2.ª fase

34. Seja θ um número real pertencente ao intervalo $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.
Considere o número complexo $z = i.e^{i\theta}$.
Qual dos números complexos seguintes é o conjugado de z?

(A) $e^{i\left(-\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$ **(B)** $e^{i\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$ **(C)** $e^{i\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}$ **(D)** $e^{i\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)}$

Exame Nacional de 2008 - 2.ª fase

35. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z_1 = 1 - i$ (i designa a unidade imaginária).
Considere z_1 uma das raízes quartas de um certo número complexo z.
Determine uma outra raiz quarta de z, cuja imagem geométrica é um ponto pertencente ao $3.^\circ$ quadrante.
Apresente o resultado na forma trigonométrica.

Exame Nacional de 2008 - 2.ª fase

36. Seja z um número complexo de argumento $\frac{\pi}{6}$.
Qual dos seguintes valores é um argumento de $(-z)$?

(A) $-\frac{\pi}{6}$ **(B)** $\frac{5}{6}\pi$ **(C)** π **(D)** $\frac{7}{6}\pi$

Exame Nacional de 2008 - 2.ª fase

37. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z_1 = 1 - \sqrt{3}i$ e $z_2 = 8e^{i\times 0}$ (i designa a unidade imaginária).

(a) Mostre, sem recorrer à calculadora, que $-z_1$ é uma raiz cúbica de z_2.

(b) No plano complexo, sejam A e B as imagens geométricas de z_1 e de z_2 respetivamente.
Determine o comprimento do segmento $[AB]$.

Exame Nacional de 2008 - 1.ª fase

38. Seja $z = 3i$ um número complexo.
Qual dos seguintes valores é um argumento de z?

(A) 0 **(B)** $\frac{1}{2}\pi$ **(C)** π **(D)** $\frac{3}{2}\pi$

Exame Nacional de 2008 - 1.ª fase

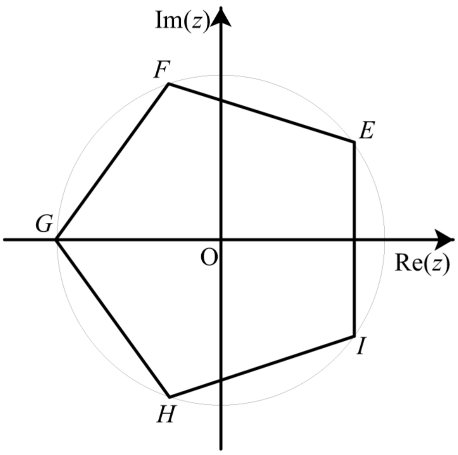
39. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, sejam os números $z_1 = (1-i) \cdot \left(1 + e^{i\frac{\pi}{2}}\right)$ e $z_2 = 8e^{-i\frac{\pi}{4}}$ (i designa a unidade imaginária).

(a) Determine, sem recorrer à calculadora, o número complexo $w = \dfrac{z_1}{z_2}$.
Apresente o resultado na forma trigonométrica.

(b) Considere o número complexo $z = \overline{z_2}$.
No plano complexo, sejam A e B as imagens geométricas de z e de z_2, respetivamente.
Determine a área do triângulo $[AOB]$, em que O é a origem do referencial.

Exame nacional de 2008 - Época especial

40. Na figura está representado, no plano complexo, o polígono $[EFGHI]$, inscrito numa circunferência de centro na origem do referencial e raio igual a 2. Os vértices desse polígono são as imagens geométricas das raízes de índice 5 de um certo número complexo; um dos vértices pertence ao eixo real.



Qual é o vértice do polígono $[EFGHI]$ que é a imagem geométrica de $2e^{-i\frac{3\pi}{5}}$?

(A) E **(B)** F **(C)** H **(D)** I

Exame nacional de 2008 - Época especial

41. Em C conjunto dos números complexos, sejam:

$$z_1 = 3 + yi \quad \text{e} \quad z_2 = 4iz_1$$

(i é a unidade imaginária e y designa um número real).

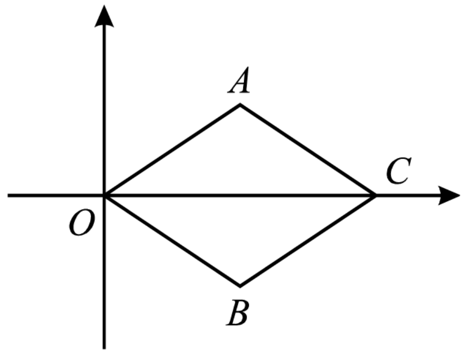
(a) Considere que, para qualquer número complexo z não nulo, $\arg(z)$ designa o argumento de z que pertence ao intervalo $[0, 2\pi[$.
Admitindo que $\arg(z_1) = \alpha$ e que $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, determine o valor de $\arg(-z_2)$ em função de α.

(b) Sabendo que $\operatorname{Im}(z_1) = \operatorname{Im}(z_2)$, determine z_2.
Apresente o resultado na forma algébrica.

Exame nacional de 2007 - 2.ª fase

42. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z = e^{i\alpha}$ $\left(\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$.

(a) Na figura está representado, no plano complexo, o paralelogramo $[AOBC]$.



A e B são as imagens geométricas de z e $\overline{z}$, respetivamente.
C é a imagem geométrica de um número complexo, w.
Justifique que $w = 2\cos\alpha$.

(b) Determine o valor de $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ para o qual $\dfrac{z^3}{i}$ é um número real.

Exame nacional de 2006 - 2.ª fase

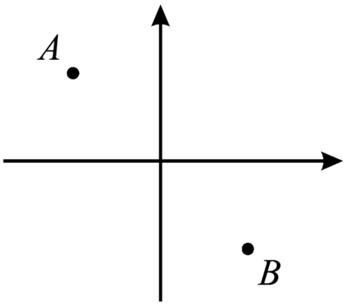
43. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos; i designa a unidade imaginária.

(a) Considere $z_1 = (2 - i)\left(2 + e^{i\frac{\pi}{2}}\right)$ e $z_2 = \frac{1}{5}e^{-i\frac{\pi}{7}}$.
Sem recorrer à calculadora, escreva o número complexo $\dfrac{z_1}{z_2}$ na forma trigonométrica.

(b) Seja z um número complexo cuja imagem geométrica, no no plano complexo, é um ponto A situado no primeiro quadrante.
Seja B a imagem geométrica de $\overline{z}$, conjugado de z. Seja O a origem do referencial.
Sabe-se que o triângulo $[AOB]$ é equilátero e tem perímetro 6.
Represente o triângulo $[AOB]$ e determine z na forma algébrica.

Exame nacional de 2006 - 2.ª fase

44. Os pontos A e B, representados na figura, são as imagens geométricas, no plano complexo, das raízes quadradas de um certo número complexo z.



Qual dos números complexos seguintes pode ser z?

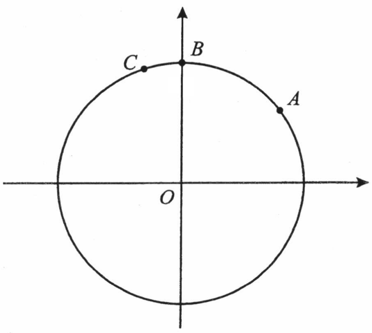
(A) 1 **(B)** i **(C)** -1 **(D)** $-i$

Exame nacional de 2006 - 1.ª fase

45. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos; i designa a unidade imaginária.
Considere a equação $iz^3 - \sqrt{3} - i = 0$.
Uma das soluções desta equação tem a sua imagem geométrica no terceiro quadrante do plano complexo.
Sem recorrer à calculadora, determine essa solução, escrevendo-a na forma trigonométrica.

Exame nacional de 2006 - 1.ª fase

46. Na figura está representada, no plano complexo, uma circunferência centrada na origem do referencial.



Os pontos A, B e C pertencem a essa circunferência.
O ponto A é a imagem geométrica de $4 + 3i$.
o ponto B pertence ao eixo imaginário.
O arco BC tem 18 graus de amplitude.Em cada uma das quatro alternativas que se seguem, está escrito um número complexo na forma trigonométrica (os argumentos estão expressos

em radianos).Qual deles tem por imagem geométrica o ponto C?

(A) $7e^{i\frac{2\pi}{3}}$

(B) $7e^{i\frac{3\pi}{5}}$

(C) $5e^{i\frac{2\pi}{3}}$

(D) $5e^{i\frac{3\pi}{5}}$

Exame nacional de 2006 - Época especial