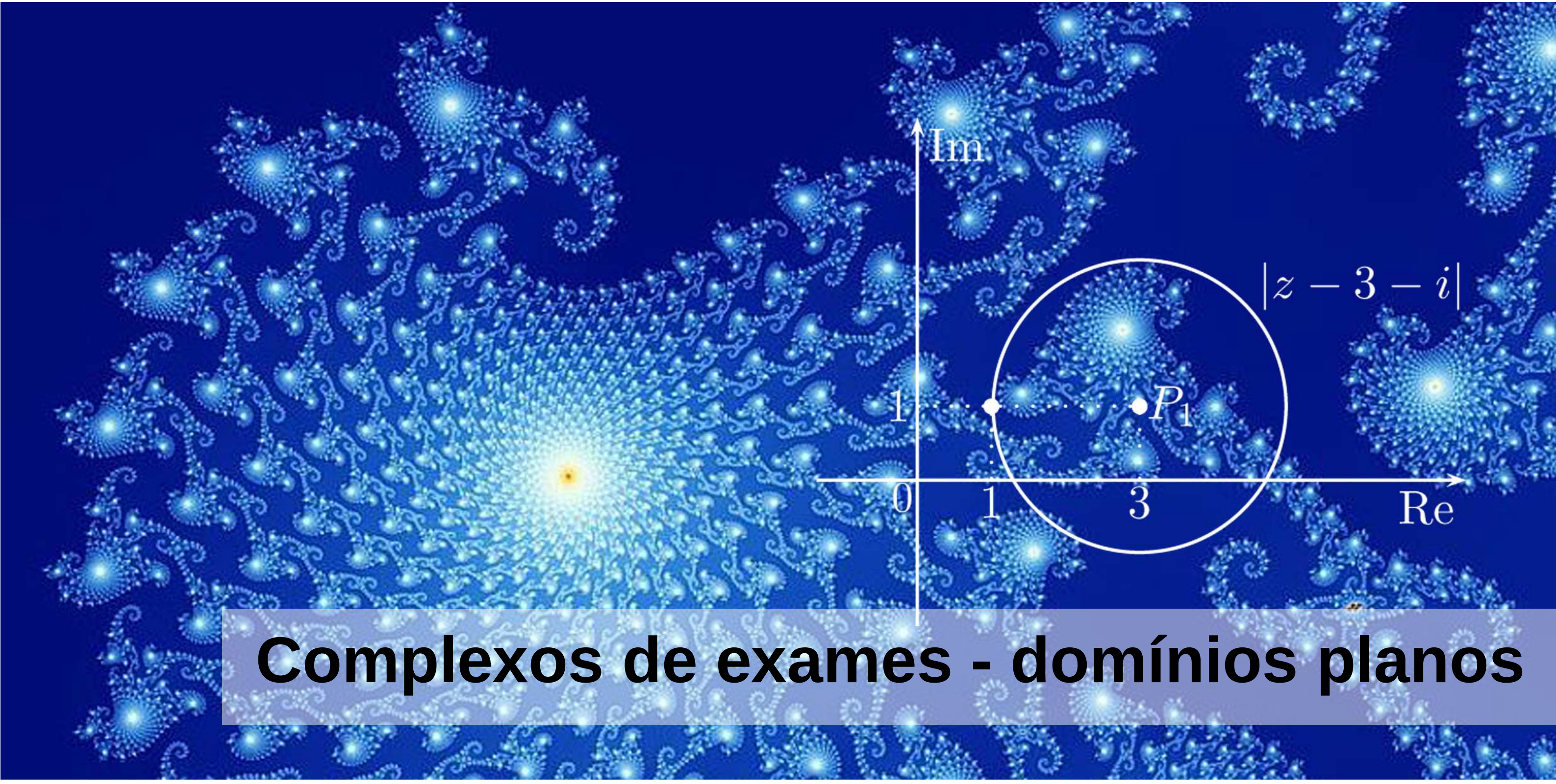


Complexos de exames - domínios planos

1. Considere em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, $z_1 = 2 - 3i$ e $z_2 = 1 - 2i$.
Mostre que o afixo (imagem geométrica) do número complexo $w = \dfrac{3z_1 - i\overline{z_2}}{1 + i^7}$ pertence à circunferência de centro no afixo (imagem geométrica) de z_1 e raio igual a $\sqrt{53}$.

Exame Nacional de 2019 - 2.ª fase

2. Considere em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, $z_1 = 3 + 4i$ e $z_2 = 4 + 6i$.
Seja $w = \dfrac{z_1 + i^6 + 2\overline{z_1}}{z_1 - z_2}$.
No plano complexo, a condição $|z| = |w| \wedge \operatorname{Im}(z) \geq 0 \wedge \operatorname{Re}(z) \geq 0$ define uma linha.
Determine o comprimento dessa linha.

Exame Nacional de 2019 - 1.ª fase

3. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, sejam z_1 e z_2 tais que $z_1 = 2+i$ e $z_1 \times \overline{z_2} = 4-3i$.
Considere a condição $|z - z_1| = |z - z_2|$.
Mostre que o número complexo $\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ verifica esta condição e interprete geometricamente este facto.
Resolva este item sem recorrer à calculadora.

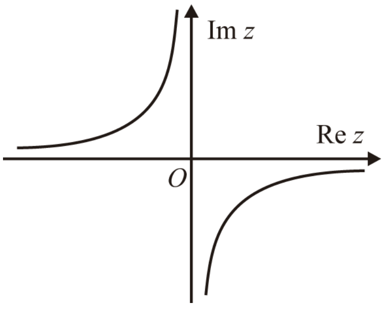
Exame Nacional de 2016 - 2.ª fase

4. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos.

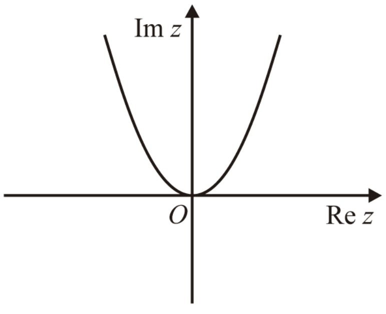
Considere, em $\mathbb{C}$, a condição $\operatorname{Re}(z) \times \operatorname{Im}(z) = 1$.

Em qual das opções seguintes pode estar representado, no plano complexo, o conjunto de pontos definido por esta condição?

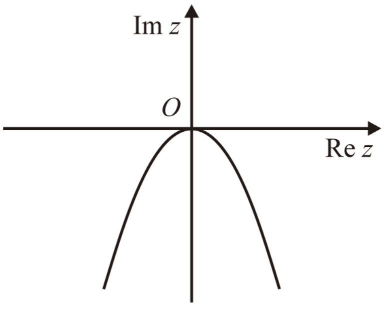
(A)



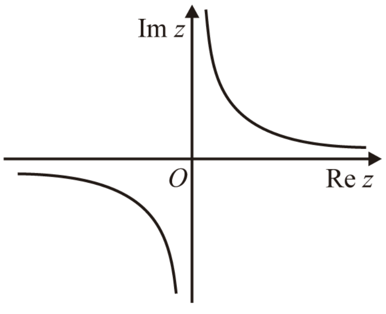
(B)



(C)



(D)



Exame Nacional de 2020 - 1.ª fase

5. Considere em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, a condição

$$\frac{5\pi}{4} \leq \arg(z) \leq \frac{7\pi}{4} \wedge \operatorname{Im} z \geq -1.$$

No plano complexo, esta condição define uma região.

Qual é a área dessa região?

(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** $\sqrt{2}$ **(D)** 1

Exame Nacional de 2017 - 2.ª fase

6. Considere em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, a condição

$$|z + 4 - 4i| = 3 \wedge \frac{\pi}{2} \leq \arg(z) \leq \frac{3}{4}\pi.$$

No plano complexo, esta condição define uma linha.
Qual é o comprimento dessa linha?

(A) π

(B) 2π

(C) 3π

(D) 4π

Exame Nacional de 2011 - 1.ª fase

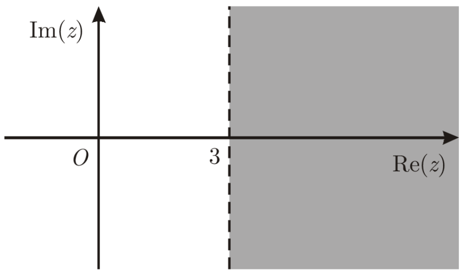
7. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere $z_1 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ e $z_2 = 3$.
Resolva os dois itens seguintes, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

(a) Determine o número complexo $w = \dfrac{z_1^4 + 4i}{i}$.
Apresente o resultado na forma trigonométrica.

(b) Escreva uma condição, em $\mathbb{C}$, que defina, no plano complexo, a circunferência que tem centro na imagem geométrica de z_2 e que passa na imagem geométrica de z_1.

Exame Nacional de 2010 - 2.ª fase

8. Na figura, está representada, no plano complexo, a sombreado, parte do semiplano definido pela condição $\mathrm{Re}(z) > 3$.



Qual dos números complexos seguintes tem a sua imagem geométrica na região representada a sombreado?

(A) $\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$

(B) $3\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$

(C) $\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$

(D) $3\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$

Exame Nacional de 2010 - 1.ª fase

9. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos.
Resolva os dois itens seguintes sem recorrer à calculadora.
Considere $z_2 = e^{i\frac{\pi}{4}}$.
No plano complexo, a região definida pela condição

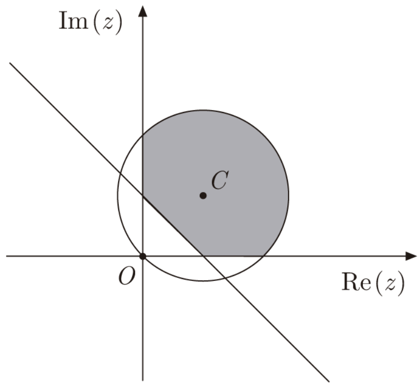
$$|z - z_2| \leq 1 \wedge \frac{\pi}{2} \leq \arg(z) \leq 2\pi \wedge |z| \geq |z - z_2|$$

está representada geometricamente numa das opções I, II, III e IV, apresentadas na página seguinte. (Considere como $\arg(z)$ a determinação que pertence ao intervalo $]0, 2\pi]$).
Sabe-se que, em cada uma das opções:

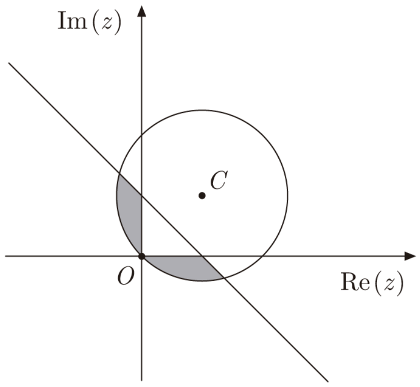
- O é a origem do referencial;
- C é a imagem geométrica de z_2;
- $\overline{OC}$ é o raio da circunferência.

Apenas uma das opções está correta.

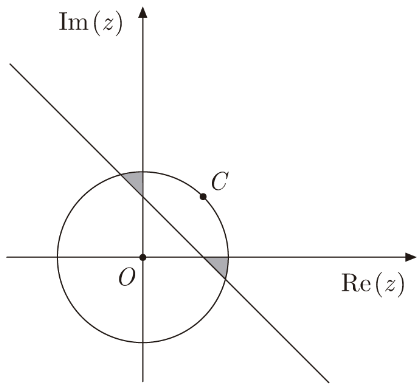
I



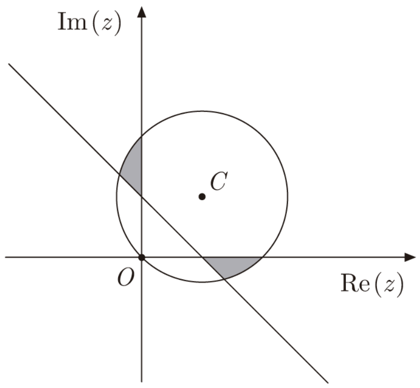
II



III



IV



Elabore uma composição na qual:

- indique a opção correta;

- apresente as razões que o levam a rejeitar as restantes opções.

Apresente três razões, uma por cada opção rejeitada.

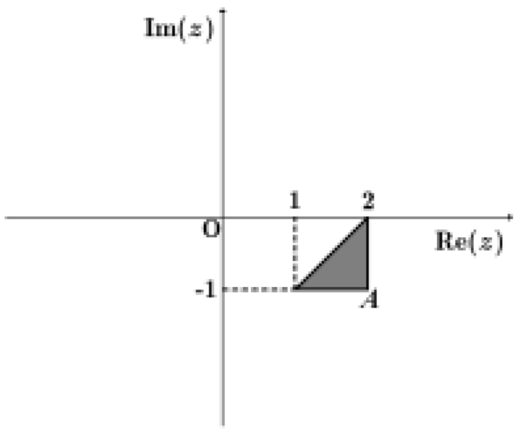
Exame Nacional de 2011 - Época especial

10. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere o conjunto $A = \{z \in \mathbb{C} : i \times (z + \overline{z}) = 0\}$ (i designa a unidade imaginária, e $\overline{z}$ designa o conjugado de z).
Qual das retas seguintes pode ser a representação geométrica, no plano complexo, do conjunto A?

(A) o eixo real
(B) o eixo imaginário
(C) a bissetriz dos quadrantes pares
(D) a bissetriz dos quadrantes ímpares

Exame Nacional de 2010 - Época especial

11. Na figura, está representada uma região do plano complexo. O ponto A tem coordenadas $(2, -1)$.

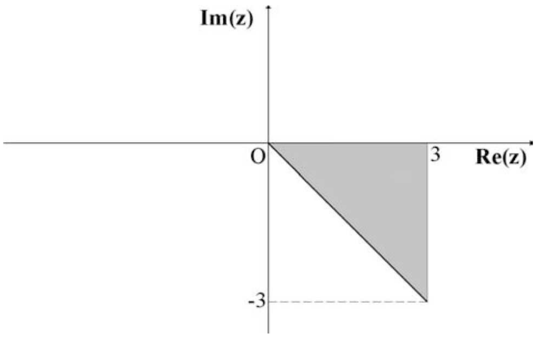


Qual das condições seguintes define em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, a região sombreada, incluindo a fronteira?

(A) $|z-1| \geq |z-(2-i)| \wedge \text{Re}(z) \leq 2 \wedge \text{Im}(z) \geq -1$
(B) $|z-1| \leq |z-(2-i)| \wedge \text{Re}(z) \leq 2 \wedge \text{Im}(z) \geq -1$
(C) $|z+1| \geq |z-(2+i)| \wedge \text{Re}(z) \leq 2 \wedge \text{Im}(z) \geq -1$
(D) $|z-1| \geq |z-(2-i)| \wedge \text{Im}(z) \leq 2 \wedge \text{Re}(z) \geq -1$

Exame Nacional de 2009 - 2.ª fase

12. Considere a figura, representada no plano complexo.



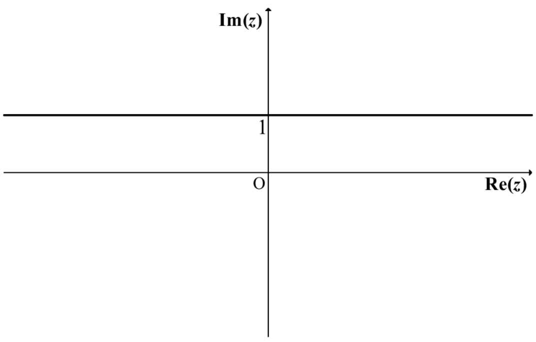
Qual é a condição, em $\mathbb{C}$, que define a região sombreada da figura, incluindo a fronteira?

(A) $\text{Re}(z) \leq 3 \wedge -\frac{\pi}{4} \leq \arg(z) \leq 0$
(B) $\text{Re}(z) \leq 3 \wedge 0 \leq \arg(z) \leq \frac{\pi}{4}$
(C) $\text{Im}(z) \leq 3 \wedge -\frac{\pi}{4} \leq \arg(z) \leq (0)$
(D) $\text{Re}(z) \geq 3 \wedge -\frac{\pi}{4} \leq \arg(z) \leq 0$

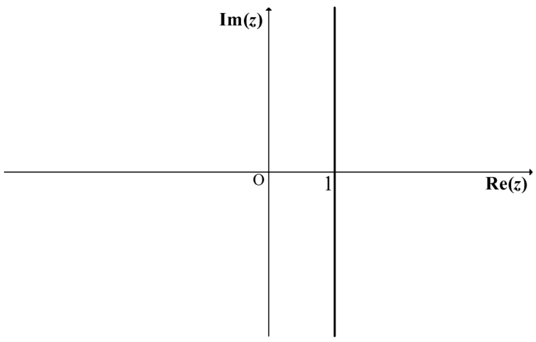
Exame Nacional de 2008 - 2.ª fase

13. Considere, em $\mathbb{C}$, a condição $z + \overline{z} = 2$.
Em qual das figuras seguintes pode estar representado, no plano complexo, o conjunto de pontos definidos por esta condição?

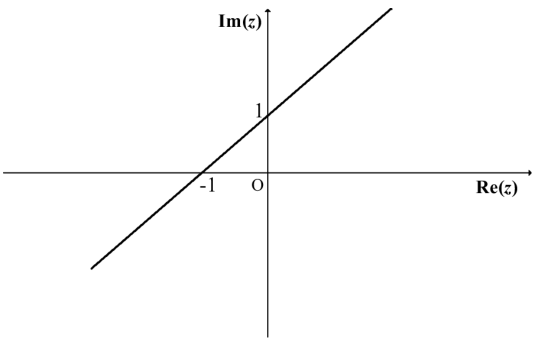
(A)



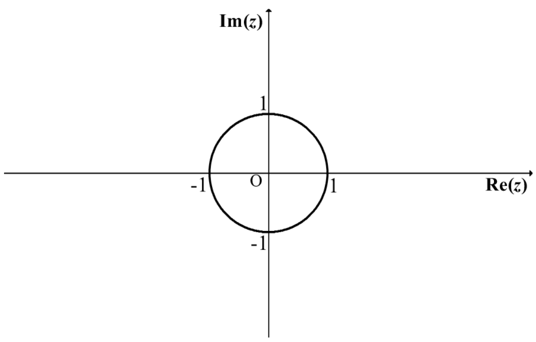
(B)



(C)



(D)



Exame Nacional de 2008 - 1.ª fase

14. Qual das seguintes condições, na variável complexa z, define, no plano complexo, uma circunferência?

(A) $|z+4|=5$
(B) $|z|=|z+2i|$
(C) $0 \leq \arg(z) \leq \pi$
(D) $\operatorname{Re}(z)+\operatorname{Im}(z)=2$

Exame nacional de 2008 - Época especial

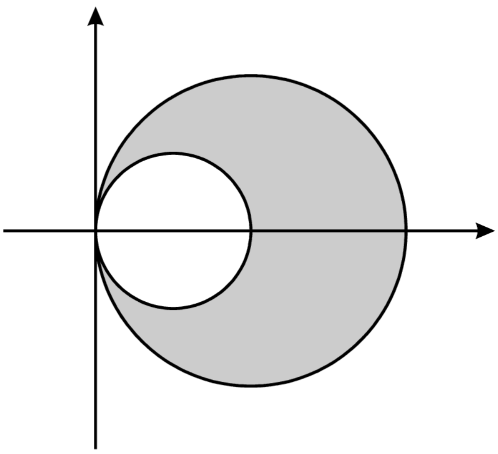
15. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos; i designa a unidade imaginária.
onsidere que, para qualquer número complexo z não nulo, $\arg(z)$ designa o argumento de z que pertence ao intervalo $[0, 2\pi[$.
Represente a região do plano complexo definida pela condição, em $\mathbb{C}$,

$$\frac{1}{2} \leq |z| \leq 1 \ \wedge \ \frac{3\pi}{4} \leq \arg(z) \leq \frac{5\pi}{4}$$

e determine a sua **área**.

Exame nacional de 2006 - 1.ª fase

16. Na figura estão representadas, no plano complexo, duas circunferências, ambas com centro no eixo real, tendo uma delas raio 1 e a outra raio 2.



A origem do referencial é o único ponto comum às duas circunferências.
Qual das condições seguintes define a região sombreada, incluindo a fronteira?

(A) $|z-1| \geq 1 \ \wedge \ |z-2| \leq 2$
(B) $|z-1| \geq 2 \ \wedge \ |z-2| \leq 1$
(C) $|z-1| \leq 1 \ \wedge \ |z-2| \geq 2$
(D) $|z-1| \leq 1 \ \wedge \ |z-2| \geq 1$

Exame nacional de 2006 - 2.ª fase

17. Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos; i designa a unidade imaginária.
Seja B a região do plano complexo definida pela condição.

$$|z| \leq 2 \ \wedge \ \text{Re}(z) \geq 0 \ \wedge \ |z-1| \leq |z-i|.$$

Represente graficamente B e determine a sua área.

Exame nacional de 2006 - 1.ª fase