

Limites - Exames Nacionais

Perguntas de Exames Nacionais dos últimos 16 anos com resolução e/ou vídeo.
Versão de 4 de janeiro de 2022.
Verifique se existe versão com data mais recente [aqui](#) e aceda a mais fichas [aqui](#).

1. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Considere, para um certo número real k , a função g , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - x}{x^2 - x} + k & \text{se } x < 0 \\ 2 + x \ln x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Sabe-se que existe $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$.
Determine o valor de k .

[Resolução, pg. 7](#)

Exame Nacional de 2021 - 2.ª fase

2. Seja f a função, de domínio $]0, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} -x^2(1 + 2 \ln x) & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ \frac{5 - 5e^{x-1}}{x^2 + 3x - 4} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Averigue se a função f é contínua em $x = 1$.

[Resolução, pg. 8](#)

Exame Nacional de 2021 - 1.ª fase

3. Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} 1 + \frac{\sin x}{1 - e^x} & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ x^2 \ln x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Averigue se a função g é contínua em $x = 0$.

[Resolução, pg. 9](#)

Exame nacional de 2020 - 1.^a fase

4. Para um certo número real k , é contínua em $\mathbb{R}$ a função f , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \log_3 k & \text{se } x = 1 \\ \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{se } x \neq 1 \end{cases}$$

Qual é o valor de k ?

(A) 5

(B) 6

(C) 8

(D) 9

[Resolução, pg. 11](#)

Exame nacional de 2019 - 2.^a fase

5. Qual é, para qualquer número real positivo a , o limite da sucessão $\left(\frac{n + \ln a}{n}\right)^{n+2}$?

(A) a^2

(B) $2a$

(C) a

(D) $\sqrt{a}$

[Resolução, pg. 10](#)

Exame nacional de 2019 - 2.^a fase

6. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x} & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ \frac{x}{x - \ln x} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Averigue se a função f é contínua no ponto 0.
Justifique a sua resposta.

[Resolução, pg. 12](#)

Exame nacional de 2019 - 1.^a fase

7. Qual é o limite da sucessão de termo geral $\left(\frac{n-2}{n}\right)^{3n}$?

(A) $\frac{1}{e^3}$

(B) e^3

(C) $\frac{1}{e^6}$

(D) e^6

[Resolução, pg. 13](#)

Exame nacional de 2019 - 1.ª fase

8. Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1-x^2}{1-e^{x-1}} & \text{se } x < 1 \\ 2 & \text{se } x = 1 \\ 3 + \frac{\sin(x-1)}{1-x} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Estude a função g quanto à continuidade no ponto 1.

[Resolução, pg. 16](#)

Exame nacional de 2017 - 2.ª fase

9. Qual é o valor do limite da sucessão de termo geral $\left(\frac{n+5}{n+1}\right)^{\frac{n}{2}}$?

(A) $+\infty$

(B) 1

(C) e^4

(D) e^2

[Resolução, pg. 14](#)

Exame nacional de 2018 - 2.ª fase

10. Seja k um número real.

Considere a sucessão convergente (u_n) definida por $u_n = \left(\frac{n+k}{n}\right)^n$.

Sabe-se que o limite de (u_n) é solução da equação $\ln\left(\frac{x}{e}\right) = 3$.

Qual é o valor de k ?

(A) $\frac{1}{4}$

(B) 3

(C) $\frac{1}{3}$

(D) 4

[Resolução, pg. 15](#)

Exame nacional de 2018 - 1.ª fase

11. Considere as sucessões convergentes (a_n) e (b_n) , de termos gerais

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{3n} \quad \text{e} \quad b_n = \ln(1 - 2e^{-n}).$$

Sejam a e b os números reais tais que $a = \lim (a_n)$ e $b = \lim (b_n)$.
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $a = 3e$ e $b = 0$

(B) $a = e^3$ e $b = 0$

(C) $a = 3e$ e $b = 1$

(D) $a = e^3$ e $b = 1$

[Resolução, pg. 17](#)

Exame nacional de 2016 - Época especial

12. De uma função f , de domínio $\mathbb{R}$, com derivada finita em todos os pontos do seu domínio, sabe-se que $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{f(x) - f(2)} = 4$.

Qual é o valor de $f'(2)$?

(A) $-\frac{1}{2}$

(B) $-\frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{1}{4}$

[Resolução, pg. 18](#)

Exame nacional de 2016 - 2.ª fase

13. Considere as sucessões (u_n) e (v_n) de termos gerais

$$u_n = \frac{kn + 3}{2n} \quad (k \text{ é um número real}) \quad \text{e} \quad v_n = \ln \left[\left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \right]$$

Sabe-se que $\lim (u_n) = \lim (v_n)$.

Qual é o valor de k ?

(A) 1

(B) 2

(C) e

(D) $2e$

[Resolução, pg. 19](#)

Exame nacional de 2016 - 1.ª fase

14. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}^-$. Sabe-se que:

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x) + e^x - x}{x} = 1$;
- o gráfico de f tem uma assíntota oblíqua.

Qual é o declive dessa assíntota?

(A) -2

(B) -1

(C) 1

(D) 2

[Resolução, pg. 20](#)

Exame nacional de 2016 - 1.ª fase

15. Seja a um número real diferente de 0.

Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow a} \frac{ae^{x-a} - a}{x^2 - a^2}$?

(A) $\frac{1}{4}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) 1

(D) 2

[Resolução, pg. 21](#)

Exame nacional de 2016 - 1.ª fase

16. Para um certo número real k , é contínua em $\mathbb{R}$ a função f definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2 + e^{x+k} & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{2x + \ln(x+1)}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Qual é o valor de k ?

(A) 0

(B) 1

(C) $\ln 2$

(D) $\ln 3$

[Resolução, pg. 22](#)

Exame nacional de 2015 - 2.ª fase

17. Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} \sin^2 \left(\frac{x}{2} \right) \right) = 0$?

(A) 4

(B) 0

(C) $\frac{1}{4}$

(D) $\frac{1}{2}$

[Resolução, pg. 23](#)

Exame nacional de 2011 - 1.ª fase

18. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} k + \frac{1 - e^{x-1}}{x-1} & \text{se } x < 1 \\ -x + \ln x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

(k designa um número real)

Determine k , sabendo que f é contínua em $x = 1$.

[Resolução, pg. 24](#)

Exame nacional de 2011 - 1.ª fase, Época especial

19. De duas funções f e g sabe-se que:

- f tem domínio $\mathbb{R}$ e é definida por $f(x) = \pi - 4\sin(5x)$;
- g tem domínio $\left] -\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3} \right[$ e g' , primeira derivada de g , tem domínio $\left] -\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3} \right[$ e é definida por $g'(x) = \log_2 \left(-\frac{\pi}{6} - x \right)$.

Calcule o valor de $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{f(x) - \pi}$.

Resolução, pg. 25

Exame nacional de 2011 - Época especial

20. Considere a função f , de domínio $] -\infty, 2\pi]$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax + b + e^x & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{x - \sin(2x)}{x} & \text{se } 0 < x \leq 2\pi \end{cases}$$

Determine o valor de b , de modo que f seja contínua em $x = 0$.

Resolução, pg. 27

Exame nacional de 2010 - 1.^a fase

21. Considere a função h , de domínio $\mathbb{R}$, definida por $h(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x} - e^x}{x} & \text{se } x > 0 \\ \ln(x^2 + 1) & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$

Estude a continuidade da função h em $x = 0$.

Resolução, pg. 28

Exame nacional de 2009 - 2.^a fase

22. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{1-e^{x+1}} & \text{se } x \neq -1 \\ a+2 & \text{se } x = -1 \end{cases}$$

(a é um número real.)

Determine a sabendo que f é contínua em $x = -1$.

Resolução, pg. 26

Exame nacional de 2011 - Época especial

23. Considere a função h , de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$h(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 4} & \text{se } x > 0 \\ 2 & \text{se } x = 0 \\ \frac{e^{2x} - 1}{x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Estude a continuidade de h no domínio $\mathbb{R}$.

Resolução, pg. 29

Exame nacional de 2009 - 2.^a fase

Resoluções

Resolução da pergunta 1

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 1](#)

Como $0 \notin \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ existe se e só se

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x).$$

Vamos portanto determinar os limites laterais no ponto 0.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{x^3 - x}{x^2 - x} + k \right) \stackrel{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{x(x-1)(x+1)}{x(x-1)} + k \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x+1+k) = 1+k.$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} (2 + x \ln x) \stackrel{(0 \times \infty)}{=} \\ &\stackrel{(1)}{=} 2 + \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{\ln \frac{1}{y}}{y} \stackrel{\left(\frac{\infty}{\infty}\right)}{=} 2 - \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{\ln y}{y} \stackrel{(2)}{=} 2 - 0 = 2. \end{aligned}$$

(1) Efetuou-se a mudança de variável $y = \frac{1}{x}$. Assim, $x = \frac{1}{y}$ e $x \rightarrow 0^+ \Rightarrow y \rightarrow +\infty$.

(2) Limite notável: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$.

Deste modo

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) \Leftrightarrow 1+k=2 \Leftrightarrow k=1.$$

Resolução da pergunta 2

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 1](#)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x^2(1 + 2 \ln x)) = -1(1 + 0) = -1 = f(1).$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{5 - 5e^{x-1}}{x^2 + 3x - 4} = -5 \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{e^{x-1} - 1}{(x-1)(x+4)} = \star$$

De facto, como $x^2 + 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -4$ então $x^2 + 3x - 4 = (x-1)(x+4)$.
Fazendo a mudança de variável $y = x - 1 \Leftrightarrow x = y + 1$ temos $y \rightarrow 0^+$ e

$$\begin{aligned} \star &= -5 \lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{e^y - 1}{y(y+5)} = -5 \lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{e^y - 1}{y} \times \lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{1}{y+5} \\ &= -5 \times 1 \times \frac{1}{5} = -1. \end{aligned}$$

Como $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$ então f é contínua em $x = 1$.

Resolução da pergunta 3

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 2](#)

Vídeo da resolução: 

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(1 + \frac{\operatorname{sen} x}{1 - e^x} \right) \stackrel{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} 1 + \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\frac{\operatorname{sen} x}{x}}{\frac{1 - e^x}{x}} \\ &= 1 + \frac{\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\operatorname{sen} x}{x}}{-\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x - 1}{x}} \stackrel{*}{=} 1 + \frac{1}{-1} = 0.\end{aligned}$$

★ Limites notáveis $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$ e $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 \ln x) = 0 \times (-\infty)$$

Uma vez que obtivemos um símbolo de indeterminação, vamos efetuar a mudança de variável $y = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x = \frac{1}{y}$ e utilizar o limite notável $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$. Como $x \rightarrow 0^+$ então $y \rightarrow +\infty$.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 \ln x) = \lim_{y \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{y^2} \ln \frac{1}{y} \right) = - \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{\ln y}{y} \times \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{1}{y} = -0 \times 0 = 0.$$

Como $g(0) = 0$ então temos $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = g(0)$ e podemos concluir que g é contínua em $x = 0$.

Resolução da pergunta 5

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 2](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

$$\begin{aligned}\lim \left(\frac{n + \ln a}{n} \right)^{n+2} &= \lim \left(1 + \frac{\ln a}{n} \right)^n \times \lim \left(1 + \frac{\ln a}{n} \right)^2 \\ &= e^{\ln a} \times 1^2 = a.\end{aligned}$$

A opção correta é a **(C)**.

Resolução da pergunta 4

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 2](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Como f é contínua em $\mathbb{R}$, também é em particular contínua no ponto 1. Assim tem que verificar $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$.

Como

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} \\ &\stackrel{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2\end{aligned}$$

então f é contínua no ponto 0 se e só se

$$\log_3 k = 2 \Leftrightarrow k = 3^2 \Leftrightarrow k = 9.$$

Podemos concluir que a opção correta é a **(D)**.

Resolução da pergunta 6

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 2](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Para f ser contínua, tem que se verificar:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0).$$

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos x}{x} \\ &\stackrel{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{x(1 + \cos x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos^2 x}{x(1 + \cos x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x}{x(1 + \cos x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{1 + \cos x} \\ &= 1 \times \frac{0}{1 + 1} = 0.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x - \ln x} \\ &= \frac{0}{0 - \ln 0^+} = \frac{0}{0 - (-\infty)} = 0.\end{aligned}$$

Como $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) = 0$ então f é contínua no ponto 0.

Resolução da pergunta 7

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 3](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Vamos fazer uso do facto de $\lim \left(1 + \frac{k}{n}\right)^n = e^k$.

$$\lim \left(\frac{n-2}{n}\right)^{3n} = \left(\lim \left(1 + \frac{-2}{n}\right)^n\right)^3 = (e^{-2})^3 = e^{-6} = \frac{1}{e^6}.$$

A opção correta é a **(C)**.

Resolução da pergunta 9

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 3](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

$$\lim \left(\frac{n+5}{n+1} \right)^{\frac{n}{2}} = \lim \left(\frac{n \left(1 + \frac{5}{n} \right)}{n \left(1 + \frac{1}{n} \right)} \right)^{\frac{n}{2}} = \left[\frac{\lim \left(1 + \frac{5}{n} \right)^n}{\lim \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{e^5}{e} \right]^{\frac{1}{2}} = e^2.$$

Podemos concluir que a opção correta é a **(D)**.

Resolução da pergunta 10

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 3](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

$$\lim \left(\frac{n+k}{n} \right)^n = \lim \left(1 + \frac{k}{n} \right)^n = e^k.$$

Substituindo e^k na equação dada temos

$$\ln \left(\frac{e^k}{e} \right) = 3 \Leftrightarrow \ln e^{k-1} = 3 \Leftrightarrow k-1 = 3 \Leftrightarrow k = 4.$$

A opção correta é a **(D)**.

Resolução da pergunta 8

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 3](#)

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - x^2}{1 - e^{x-1}} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{e^{x-1} - 1} \\&= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x - 1}{e^{x-1} - 1} \times \lim_{x \rightarrow 1^-} (x + 1) = \frac{\lim_{y \rightarrow 0^-} 1}{\lim_{y \rightarrow 0^-} \frac{e^y - 1}{y}} \times 2 \\&\stackrel{(1)}{=} 1 \times 2 = 2.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(3 + \frac{\sin(x - 1)}{1 - x} \right) \\&= 3 - \lim_{x - 1 \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x - 1)}{x - 1} \stackrel{(2)}{=} 3 - 1 = 2.\end{aligned}$$

(1) Limite notável: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$.

(2) Limite notável: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

Como $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = g(1)$ então g é contínua no ponto 1.

Resolução da pergunta 11

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 3](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Resolução da pergunta 12

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 4](#)

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{f(x) - f(2)} = 4 &\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x - 2)}{f(x) - f(2)} = 4 \\&\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} x \times \frac{1}{\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}} = 4 \\&\Leftrightarrow \frac{2}{f'(2)} = 4 \Leftrightarrow f'(2) = \frac{1}{2}.\end{aligned}$$

A opção correta é a **(C)**.

Resolução da pergunta 13

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 4](#)

Tendo em consideração que $\lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ vem que

$$\begin{aligned}\lim v_n &= \lim \left[\ln \left[\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \right] \right] = \ln \left[\lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \right] \\ &= \ln e = 1.\end{aligned}$$

Por outro lado, como

$$\lim \frac{kn + 3}{2n} \stackrel{(\infty)}{=} \lim \frac{kn}{2n} + \lim \frac{3}{2n} = \frac{k}{2} + 0 = \frac{k}{2}$$

então $\frac{k}{2} = 1 \Leftrightarrow k = 2$.

A opção correta é a **(B)**.

Resolução da pergunta 14

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 4](#)

Como $D_f = \mathbb{R}^-$ então a assíntota oblíqua do gráfico de f existe quando $x \rightarrow -\infty$ e o declive da assíntota é dado por $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$.

Como

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x) + e^x - x}{x} = 1 \\ \Leftrightarrow & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x} - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{x} = 1 \\ \Leftrightarrow & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} + \frac{0}{-\infty} - 1 = 1 \\ \Leftrightarrow & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 2, \end{aligned}$$

podemos concluir que a opção correta é a **(D)**.

Resolução da pergunta 15

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 5](#)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} \frac{ae^{x-a} - a}{x^2 - a^2} &\stackrel{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim_{x \rightarrow a} \frac{a(e^{x-a} - 1)}{(x-a)(x+a)} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{e^{x-a} - 1}{x-a} \times \lim_{x \rightarrow a} \frac{a}{x+a} = \star \end{aligned}$$

Com base no limite notável $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$, fazendo em $\lim_{x \rightarrow a} \frac{e^{x-a} - 1}{x-a}$ a mudança de variável $x - a = y \Leftrightarrow x = a + y$ temos $x \rightarrow a \Leftrightarrow x - a \rightarrow 0 \Leftrightarrow y \rightarrow 0$ e vem

$$\star = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{e^y - 1}{y} \times \lim_{x \rightarrow a} \frac{a}{x+a} = 1 \times \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}.$$

Podemos concluir que a opção correta é a **(B)**.

Resolução da pergunta 16

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 5](#)

Para f ser contínua no ponto 0 tem que verificar $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$. Como

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (2 + e^{x+k}) = 2 + e^k = f(0)$$

e

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x + \ln(x+1)}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{x} + \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x+1)}{x} = 2 + 1 = 3 \end{aligned}$$

então f é contínua no ponto 0 se e só se

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) \\ \Leftrightarrow 2 + e^k &= 3 \Leftrightarrow e^k = 1 \Leftrightarrow k = 0. \end{aligned}$$

Podemos concluir que a opção correta é a **(A)**.

Resolução da pergunta 17

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 5](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Resolução da pergunta 18

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 5](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Resolução da pergunta 19

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 5](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Resolução da pergunta 22

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 6](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Resolução da pergunta 20

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 6](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Resolução da pergunta 21

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 6](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Resolução da pergunta 23

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 6](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 