Probabilidades com combinatória - Exame

Perguntas de Exames Nacionais dos últimos 16 anos com resolução e/ou vídeo.
Versão de 6 de março de 2022.
Verifique se existe versão com data mais recente aqui e aceda a mais fichas aqui.

1. Numa dada localidade, existe um clube onde se pratica badmínton e ténis.
Com doze raquetes distintas, sendo seis de badmínton e seis de ténis, formam-se, ao acaso, dois conjuntos de seis raquetes cada um.
Qual é o valor, arredondado às centésimas, da probabilidade de cada um dos dois conjuntos ficar com três raquetes de badmínton e três raquetes de ténis?

(A) 0,22 **(B)** 0,43 **(C)** 0,50 **(D)** 0,87

Resolução, pg. 11 Exame nacional de 2021 - 2.ª fase

2. Uma turma de 11.° ano é constituída por 30 alunos com idades de 15, 16 e 17 anos, dos quais 60% são raparigas. Sabe-se que um terço dos rapazes tem 17 anos e que um terço das raparigas tem 15 ou 16 anos.
O André e a Beatriz, alunos da turma, são gémeos e têm 16 anos.
Escolhem-se, ao acaso, cinco alunos da turma.
Determine a probabilidade de o grupo constituído por esses cinco alunos ser formado pelo André, pela Beatriz, por dois jovens com 17 anos e por outro com 15 ou 16 anos.
Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

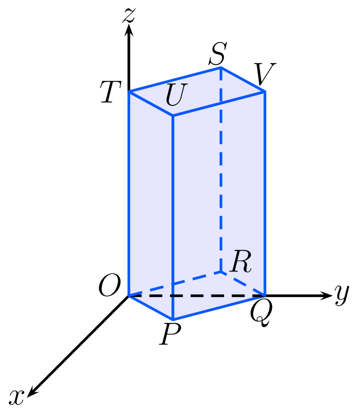
Resolução, pg. 12 Exame nacional de 2021 - 1.ª fase

3. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma quadrangular regular $[OPQRSTUV]$.

Sabe-se que:

- a face $OPQR$ está contida no plano xOy;
- o vértice Q pertence ao eixo Oy e o vértice T pertence ao eixo Oz;
- o plano STU tem equação $z = 3$.

Seja T' o simétrico do ponto T, relativamente à origem do referencial.



Escolhem-se, ao acaso, três vértices do prisma.
Determine a probabilidade de o plano definido por esses três vértices ser perpendicular ao plano xOy.
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Resolução, pg. 13

Exame nacional de 2017 - 2.ª fase

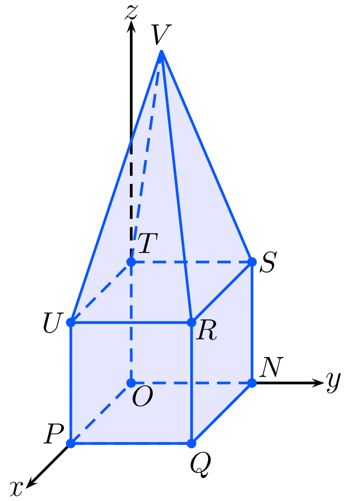
4. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o poliedro $[NOPQRSTUV]$ que se pode decompor num cubo e numa pirâmide quadrangular regular.

Sabe-se que:

- o vértice P pertence ao eixo Ox;
- o vértice N pertence ao eixo Oy;
- o vértice T pertence ao eixo Oz;
- o vértice R tem coordenadas $(2, 2, 2)$;
- o plano PQV é definido pela equação $6x + z - 12 = 0$.

Dispõe-se de sete cores diferentes, das quais uma é branca e outra é azul, para colorir as nove faces do poliedro $[NOPQRSTUV]$. Cada face vai ser colorida com uma única cor.

Considere a experiência aleatória que consiste em colorir, ao acaso, as nove faces do poliedro, podendo cada face ser colorida por qualquer uma das sete cores.



Determine a probabilidade de, no final da experiência, o poliedro ficar com exatamente duas faces brancas, ambas triangulares, exatamente duas faces azuis, ambas quadradas, e as restantes faces coloridas com cores todas diferentes.
Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas de milésima.

Resolução, pg. 14

Exame nacional de 2016 - 1.ª fase

5. Considere um cubo $[MNPQRSTU]$.
Escolhem-se, ao acaso, três vértices distintos desse cubo.
Qual é a probabilidade de o plano por eles definido conter uma das faces do cubo?

(A) $\frac{1}{7}$ **(B)** $\frac{3}{7}$ **(C)** $\frac{1}{8}$ **(D)** $\frac{3}{8}$

Resolução, pg. 15 Exame nacional de 2020 - 2.ª fase

6. Quatro pessoas vão escolher, cada uma e em segredo, um dos seguintes números: 1, 2, 3, 4 e 5.
Qual é a probabilidade de exatamente duas delas escolherem o número 5?

(A) 0,1530 **(B)** 0,1532 **(C)** 0,1534 **(D)** 0,1536

Resolução, pg. 16 Exame Nacional de 2020 - 1.ª fase

7. Uma caixa contém bolas de várias cores, indistinguíveis ao tato, umas com um logotipo desenhado e outras não. Das bolas existentes na caixa, dez são amarelas. Dessas dez bolas, três têm o logotipo desenhado.
Dispõem-se, ao acaso, as dez bolas amarelas, lado a lado, em linha reta.
Qual é a probabilidade de as três bolas com o logotipo desenhado ficarem juntas?

(A) $\frac{1}{16}$ **(B)** $\frac{1}{15}$ **(C)** $\frac{1}{14}$ **(D)** $\frac{1}{13}$

Resolução, pg. 17 Exame Nacional de 2019 - 1.ª fase

8. Dispõe-se de catorze caracteres (a saber: os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e as vogais a, e, i, o, u) para formar códigos de quatro caracteres.Escolhe-se, ao acaso, um código de entre todos os códigos de quatro caracteres, repetidos ou não, que é possível formar com os catorze caracteres.
Determine a probabilidade de esse código ser constituído por quatro algarismos diferentes cujo produto seja um número ímpar.
Apresente o resultado arredondado às milésimas.

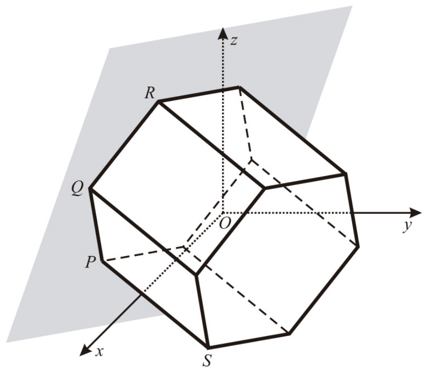
Resolução, pg. 18 Exame Nacional de 2018 - 2.ª fase

9. Uma escola dedica-se ao ensino de Espanhol e de Inglês, entre outras línguas.
Doze alunos dessa escola, quatro de Espanhol e oito de Inglês, dispõem-se lado a lado em linha reta para tirar uma fotografia.
De quantas maneiras se podem dispor os doze alunos, de modo que os alunos da mesma disciplina fiquem juntos?

(A) 40320 **(B)** 80640 **(C)** 967680 **(D)** 1935360

Resolução, pg. 19 Exame Nacional de 2018 - 1.ª fase

10. Na figura, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um prisma hexagonal regular.
Sabe-se que:



- $[PQ]$ e $[QR]$ são arestas de uma das bases do prisma;
- $\overline{PQ} = 4$.
- o plano PQR tem equação $2x + 3y - z - 15 = 0$;
- uma das arestas laterais do prisma é o segmento de reta $[PS]$, em que S é o ponto de coordenadas $(14, 5, 0)$.

Escolhem-se, ao acaso, dois vértices de cada uma das bases do prisma.
Determine a probabilidade de esses quatro pontos pertencerem a uma mesma face lateral do prisma.
Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

Resolução, pg. 20 Exame Nacional de 2018 - 2.ª fase

11. Uma escola secundária tem alunos de ambos os sexos.
Uma das turmas dessa escola tem trinta alunos, numerados de 1 a 30.
Com o objetivo de escolher quatro alunos dessa turma para formar uma comissão, introduzem-se, num saco, trinta cartões, indistinguíveis ao tato, numerados de 1 a 30. Em seguida, retiram-se quatro cartões do saco, simultaneamente e ao acaso.
Qual é a probabilidade de os dois menores números saídos serem o 7 e o 22?
Apresente o resultado arredondado às milésimas.

Resolução, pg. 21 Exame Nacional de 2016 - 2.ª fase

12. De uma empresa com sede em Coimbra, sabe-se que:

- 60% dos funcionários residem fora de Coimbra;
- os restantes funcionários residem em Coimbra.

Considere que a empresa tem oitenta funcionários.
Escolhem-se, ao acaso, três funcionários dessa empresa.
A probabilidade de, entre esses funcionários, haver no máximo dois a residir em Coimbra é igual a

$$\frac{{}^{80}C_3 - {}^{32}C_3}{{}^{80}C_3}.$$

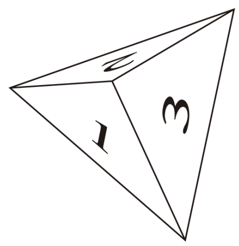
Elabore uma composição na qual explique a expressão apresentada.
Na sua resposta:

- enuncie a regra de Laplace;

- explique o número de casos possíveis;
- explique o número de casos favoráveis.

Resolução, pg. 22 Exame Nacional de 2015 - 1.ª fase

13. Na figura, está representado um tetraedro com as faces numeradas de 1 a 4



O João tem um catálogo de tintas com 12 cores diferentes, uma das quais é a sua preferida.
O João seleciona, ao acaso, 4 cores diferentes para pintar as quatro faces do tetraedro. Cada uma das faces é pintada com uma única cor.
Determine a probabilidade de o tetraedro ter uma das faces pintadas com a cor preferida do João. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Resolução, pg. 23 Exame Nacional de 2011 - 1.ª fase

14. Considere as 13 cartas do naipe de copas: ás, três figuras (rei, dama e valete) e mais nove cartas (do 2 ao 10).
Determine a probabilidade de, ao retirar, ao acaso, 4 das 13 cartas do naipe de copas, obter pelo menos duas figuras.
Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Resolução, pg. 24 Exame Nacional de 2011 - Época especial

15. Lança-se cinco vezes consecutivas um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, e regista-se, em cada lançamento, o número inscrito na face voltada para cima.
Considere os acontecimentos seguintes.
I: "sair face ímpar em exatamente dois dos cinco lançamentos";
J: "sair face 4 em exatamente dois dos cinco lançamentos".
Qual dos acontecimentos seguintes é mais provável?

(A) acontecimento I **(B)** acontecimento $\overline{I}$
(C) acontecimento J **(D)** acontecimento $\overline{J}$

Resolução, pg. 25 Exame Nacional de 2011 - Época especial

16. Considere o problema seguinte:

"Num saco, estão dezoito bolas, de duas cores diferentes, de igual tamanho e textura, indistinguíveis ao tato. Das dezoito bolas do saco, doze bolas são azuis, e seis bolas são vermelhas.

Se tirarmos duas bolas do saco, simultaneamente, ao acaso, qual é a probabilidade de elas formarem um par da mesma cor?"

Uma resposta correta para este problema é $\dfrac{12 \times 11 + 6 \times 5}{18 \times 17}$.

Numa composição, explique porquê.

A sua composição deve incluir:

- uma referência à regra de Laplace;
- uma explicação do número de casos possíveis;
- uma explicação do número de casos favoráveis.

Resolução, pg. 26 Exame Nacional de 2010 - 1.ª fase

17. Uma turma é constituída por 27 alunos, dos quais 17 são rapazes. A Maria e o Manuel são alunos dessa turma. A professora de Português vai escolher, ao acaso, um grupo de cinco alunos para definirem as regras de um Jogo de Palavras.

Considere os acontecimentos:

A: "a Maria e o Manuel são escolhidos para definirem as regras do jogo";

B: "dos cinco alunos escolhidos, dois são rapazes e três são raparigas".

Uma resposta correta para a probabilidade condicionada $P(B|A)$ é $\dfrac{16 \times {}^{9}C_2}{{}^{25}C_2}$.

Numa composição, explique porquê.

A sua composição deve incluir:

- a interpretação do significado de $P(B|A)$, no contexto da situação descrita;
- uma referência à regra de Laplace;
- uma explicação do número de casos possíveis;
- uma explicação do número de casos favoráveis.

Resolução, pg. 27 Exame Nacional de 2010 - Época especial

18. Num grupo de dez trabalhadores de uma fábrica, vão ser escolhidos três, ao acaso, para frequentarem uma acção de formação. Nesse grupo de dez trabalhadores, há três amigos, o João, o António e o Manuel, que gostariam de frequentar essa acção.

Qual é a probabilidade de serem escolhidos, exatamente, os três amigos?

(A) $\dfrac{1}{{}^{10}A_3}$ **(B)** $\dfrac{3}{{}^{10}A_3}$ **(C)** $\dfrac{1}{{}^{10}C_3}$ **(D)** $\dfrac{3}{{}^{10}C_3}$

Resolução, pg. 28 Exame Nacional de 2010 - 1.ª fase

19. Considere um baralho com 52 cartas, repartidas por quatro naipes (Copas, Ouros, Espadas e Paus). Em cada naipe, há um Ás, três figuras (uma Dama, um Valete, um Rei) e mais nove cartas (do Dois ao Dez).
Admita que, num jogo, cada jogador recebe três cartas, por qualquer ordem.
Qual é a probabilidade de um determinado jogador receber exatamente dois ases?
Uma resposta correta a esta questão é $\frac{{}^4C_2 \times 48}{{}^{52}C_3}$.
Numa pequena composição, justifique esta resposta, fazendo referência:

- à Regra de Laplace;
- ao número de casos possíveis;
- ao número de casos favoráveis.

Resolução, pg. 29 Exame Nacional de 2009 - 2.ª fase

20. A Maria gravou nove CD, sete com música rock e dois com música popular, mas esqueceu-se de identificar cada um deles.
Qual é a probabilidade de, ao escolher dois CD ao acaso, um ser de música rock e o outro ser de música popular?

(A) $\frac{7}{36}$ **(B)** $\frac{1}{4}$ **(C)** $\frac{2}{9}$ **(D)** $\frac{7}{18}$

Resolução, pg. 30 Exame Nacional de 2009 - 2.ª fase

21. Uma caixa contém bolas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 20. As bolas numeradas de 1 a 10 têm cor verde, e as bolas numeradas de 11 a 20 têm cor amarela.
Considere a experiência aleatória que consiste em retirar, sucessivamente, duas bolas da caixa, não repondo a primeira bola retirada, e em registar a cor das bolas retiradas.
Determine a probabilidade de as duas bolas retiradas da caixa terem cores diferentes. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Resolução, pg. 31 Exame Nacional de 2009 - 1.ª fase

22. De um baralho com 40 cartas, repartidas por quatro naipes (Copas, Ouros, Espadas e Paus), em que cada naipe contém um Ás, uma Dama, um Valete, um Rei e seis cartas (do Dois ao Sete), foram dadas sucessivamente, ao acaso, seis cartas a um jogador, que as coloca na mão, pela ordem que as recebe.
Qual é a probabilidade de o jogador obter a sequência $2 - 4 - 6 - 7-$ Dama $-$ Rei, nas cartas recebidas?

(A) $\frac{4^6}{{}^{40}A_6}$ **(B)** $\frac{4^6}{{}^{40}C_6}$ **(C)** $\frac{1}{{}^{40}A_6}$ **(D)** $\frac{1}{{}^{40}C_6}$

Resolução, pg. 32 Exame Nacional de 2009 - 1.ª fase

23. Duas crianças escrevem, em segredo e cada uma em seu papel, uma letra da palavra VERÃO.
Qual é a probabilidade de as duas crianças escreverem a mesma letra?

(A) $\frac{1}{25}$ **(B)** $\frac{2}{25}$ **(C)** $\frac{1}{5}$ **(D)** $\frac{2}{5}$

Resolução, pg. 33 Exame Nacional de 2009 - 1.ª fase

24. Uma turma do 12.° ano de uma Escola Secundária está a organizar uma viagem de finalistas.
Os alunos da turma decidiram vender rifas, para angariarem fundos para a viagem.
A numeração das rifas é uma sequência de três algarismos (como, por exemplo, 099), iniciando-se em 000.
De entre as rifas, que foram todas vendidas, será sorteada uma, para atribuir um prémio.
Qual é a probabilidade de a rifa premiada ter um único algarismo cinco?
Apresente o resultado na forma de dízima, com aproximação às centésimas.

Resolução, pg. 34 Exame Nacional de 2008 - 1.ª fase

25. O João e a Maria convidaram três amigos para irem, com eles, ao cinema. Compraram cinco bilhetes com numeração seguida, numa determinada fila, e distribuíram-nos ao acaso.
Qual é a probabilidade de o João e a Maria ficarem sentados um ao lado do outro?

(A) $\frac{1}{5}$ **(B)** $\frac{2}{5}$ **(C)** $\frac{3}{5}$ **(D)** $\frac{4}{5}$

Resolução, pg. 35 Exame Nacional de 2008 - 1.ª fase

26. De um baralho de cartas, selecionaram-se 16 cartas (4 ases, 4 reis, 4 damas e 4 valetes). Dividiram-se as 16 cartas em dois grupos: um com os ases e os reis e outro com as damas e os valetes.
Retiraram-se, ao acaso, duas cartas de cada grupo (sem reposição).
Qual é a probabilidade de obter um conjunto formado por um ás, um rei, uma dama e um valete, não necessariamente do mesmo naipe?
Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Resolução, pg. 38 Exame Nacional de 2007 - 2.ª fase

27. Três rapazes, o João, o Rui e o Paulo, e três raparigas, a Ana, a Maria e a Francisca, decidem passar a tarde juntos.
Depois de ouvirem algumas músicas, os seis jovens resolveram dançar aos pares. Admita que, numa dança:

- cada rapaz dança com uma rapariga;

- todos os jovens dançam;
- todos os pares são escolhidos ao acaso.

A probabilidade de, nessa dança, a Ana dançar com o João é igual a $\frac{2}{3!}$.
Explique, numa pequena composição, o raciocínio que conduziu a esta expressão.
Nota: Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

- referência à Regra de Laplace;
- explicação do número de casos possíveis;
- explicação do número de casos favoráveis.

Resolução, pg. 36 Exame Nacional da época especial de 2008

28. Em cada semana, a chave do Totoloto é formada por seis números inteiros distintos, escolhidos aleatoriamente entre 1 e 49.
Qual é a probabilidade de, na próxima semana, a chave do totoloto incluir os números 1, 2 e 3?

(A) $\frac{^{46}C_3}{^{46}C_6}$ **(B)** $\frac{^{46}C_3}{^{49}C_6}$ **(C)** $\frac{^{46}C_6}{^{49}C_6}$ **(D)** $\frac{^{49}C_3}{^{49}C_6}$

Resolução, pg. 37 Exame Nacional da época especial de 2008

29. Considere todos os números de três algarismos que se podem formar com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.
Escolhe-se, ao acaso, um desses números. Sejam os acontecimentos:
A: "O número escolhido é múltiplo de 5";
B: "O número escolhido tem os algarismos todos diferentes".
Averigúe se A e B são, ou não, acontecimentos independentes.

Resolução, pg. 40 Exame Nacional de 2007 - $1.^{a}$ fase

30. Dois cientistas, que vão participar num congresso no estrangeiro, mandam reservar hotel na mesma cidade, cada um sem conhecimento da marcação feita pelo outro.
Sabendo que nessa cidade existem sete hotéis, todos com igual probabilidade de serem escolhidos, qual é a probabilidade de os dois cientistas ficarem no mesmo hotel?

(A) $\frac{1}{7}$ **(B)** $\frac{2}{7}$ **(C)** $\frac{5}{7}$ **(D)** $\frac{6}{7}$

Resolução, pg. 39 Exame Nacional de 2007 - $2.^{a}$ fase

31. Numa sala de Tempos Livres, a distribuição dos alunos por idades e sexo é a seguinte:

	5 anos	6 anos	7 anos
Rapaz	1	5	2
Rapariga	3	5	7

Escolhem-se dois alunos ao acaso.
Qual é a probabilidade de a soma das suas idades ser igual a 12? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Resolução, pg. 41 Exame Nacional de 2006 - 2.ª fase

32. As cinco letras da palavra TIMOR foram pintadas, cada uma em sua bola.
As cinco bolas, indistinguíveis ao tato, foram introduzidas num saco.
Extraem-se, aleatoriamente, as bolas do saco, sem reposição, e colocam-se em fila, da esquerda para a direita.
Qual é a probabilidade de que, no final do processo, fique formada a palavra TIMOR, sabendo-se que, ao fim da terceira extracção, estava formada a sucessão de letras TIM?

(A) 0 **(B)** $\frac{1}{3}$ **(C)** $\frac{1}{2}$ **(D)** 1

Resolução, pg. 42 Exame Nacional de 2007 - 1.ª fase

33. Escolhem-se, ao acaso, dois vértices diferentes de um paralelepípedo retângulo.
Qual é a probabilidade de que esses dois vértices sejam extremos de uma aresta?

(A) $\frac{12}{{}^8C_2}$ **(B)** $\frac{12}{8^2}$ **(C)** $\frac{8}{{}^8C_2}$ **(D)** $\frac{8}{{}^8A_2}$

Resolução, pg. 43 Exame Nacional de 2007 - 1.ª fase

34. Considere um prisma hexagonal regular num referencial o.n. $Oxyz$, de tal forma que uma das suas bases está contida no plano de equação $z = 2$.
Escolhendo ao acaso dois vértices do prisma, qual é a probabilidade de eles definirem uma reta paralela ao eixo Oz? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Resolução, pg. 44 Exame Nacional de 2006 - 1.ª fase

Resoluções

Resolução da pergunta 1

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 1

O número de possibilidades de escolher 6 raquetes de um conjunto de 12 é ${}^{12}C_6$. As restantes 6 raquetes ficam no segundo conjunto de 6 raquetes.
O número de casos favoráveis a formar um conjunto com três raquetes de badminton e três de ténis para o primeiro conjunto de 6 raquetes é ${}^{6}C_3 \times {}^{6}C_3$. Novamente, as restantes raquetes ficam para o segundo conjunto.
Pela Lei de Laplace temos que a probabilidade pedida é

$$\frac{{}^{6}C_3 \times {}^{6}C_3}{{}^{12}C_6} \approx 0{,}43.$$

Resolução da pergunta 2

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 1

Como são 30 alunos e 60% são raparigas então há $0{,}6 \times 30 = 18$ raparigas e $30 - 18 = 12$ rapazes.

Uma vez que um terço dos rapazes tem 17 anos então há $\frac{1}{3} \times 12 = 4$ rapazes com 17 anos. Consequentemente há $12 - 4 = 8$ rapazes com 15 ou 16 anos.

Uma vez que um terço das raparigas tem 15 ou 16 anos então há $\frac{1}{3} \times 18 = 6$ raparigas com 15 ou 16 anos. Assim, há $18 - 6 = 12$ raparigas com 17 anos.

O número de casos possíveis de escolha de 5 alunos é ${}^{30}C_5$.

O número de casos favoráveis a o grupo de cinco alunos incluir o André, a Beatriz, dois jovens com 17 anos escolhidos entre os 12 disponíveis e um jovem com 15 ou 16 anos escolhido entre os 12 disponíveis é ${}^{16}C_2 \times {}^{12}C_1$.

Por conseguinte, a probabilidade pedida é

$$\frac{{}^{16}C_2 \times {}^{12}C_1}{{}^{30}C_5} \approx 0{,}01.$$

Resolução da pergunta 3

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 2

Para o plano ser perpendicular a xOy, tem obrigatoriamente que ser paralelo às arestas principais do prisma. Como cada ponto do prisma tem igual probabilidade de ser escolhido, podemos utilizar a Lei de Laplace para calcular a probabilidade pedida.
Relativamente aos casos favoráveis, conclui-se com base na observação do prisma que há 6 planos possíveis (4 contendo as faces e 2 contendo as diagonais espaciais). Como cada um desses planos secciona o prisma segundo um retângulo, podemos obter cada plano de ${}^{4}C_3$ modos distintos. No total temos $6 \times {}^{4}C_3$ casos favoráveis.
Os casos possíveis são ${}^{8}C_3$, correspondentes a escolher 3 dos 8 vértices do prisma.
A probabilidade pedida é portanto $\dfrac{6{}^{4}C_3}{{}^{8}C_3} = \dfrac{3}{7}$.

Resolução da pergunta 4

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 2

Uma vez que a coloração das 9 faces é feita ao acaso qualquer face tem igual probabilidade de ficar com cada uma das 7 cores e podemos usar a Lei de Laplace para calcular a probabilidade pretendida. Os casos possíveis são ${}^7A'_9$ correspondentes ao número de maneiras de pintar as 9 faces de qualquer uma das 7 cores disponíveis.
Os casos favoráveis são${}^4C_2 \times {}^5 C_2 \times 5!$. ${}^4C_2$ corresponde ao número de escolhas de duas faces triangulares, para colorir de branco, entre as quatro disponíveis. Para cada uma destas escolhas podemos escolher duas faces quadrangulares entre as cinco disponíveis de ${}^4C_2$ modos. Para cada uma destas escolhas podemos colorir as restantes cinco faces com as cinco cores sobrantes de $5!$ maneiras.
Pela Lei de Laplace, a probabilidade é portanto

$$P = \frac{{}^4C_2 \times {}^5 C_2 \times 5!}{{}^7A'_9} \approx 0.0002.$$

Resolução da pergunta 5

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 3

Vídeo da resolução:

Como os números são escolhidos ao acaso, podemos utilizar a Lei de Laplace para calcular a probabilidade pedida.
Os casos possíveis são ${}^8C_3$ correspondentes à escolha de 3 vértices do cubo entre os 8 vértices.
Relativamente aos casos favoráveis, podemos escolher 3 vértices entre os 4 vértices de cada face de ${}^4C_3$ maneiras. Como o cubo tem 6 faces temos ${}^4C_3 \times 6$.
A probabilidade pedida é $\dfrac{{}^4C_3 \times 6}{{}^8C_3} = \dfrac{3}{7}$.
A opção correta é a **(B)**.

Resolução da pergunta 6

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 3

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Como os números são escolhidos em segredo, há igual probabilidade que cada pessoa escolher um dos 5 números e podemos utilizar a Lei de Laplace para calcular a probabilidade pedida.
Comecemos por ilustrar os casos favoráveis com um esquema.

$$\frac{5}{1} \quad \frac{}{4} \quad \frac{5}{1} \quad \frac{}{4}$$

Como há ${}^4C_2$ modos de selecionar as duas pessoas que escolheram o número 5, há $4^2 \times {}^4C_2$ casos favoráveis.
Relativamente aos casos possíveis, há ${}^5A'_4$ modos de as pessoas escolherem os 4 números entre os 5 disponíveis.
A probabilidade é portanto $P = \dfrac{4^2 \times {}^4C_2}{{}^5A'_4} = 0.1536$.
A opção correta é a **(D)**.

Resolução da pergunta 7

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 3

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Vamos determinar a probabilidade pedida recorrendo à Lei de Laplace.
Para determinar os casos favoráveis vamos recorrer ao esquema seguinte e ao Princípio fundamental da contagem.

$$\underbrace{\underline{L}\ \underline{L}\ \underline{L}}_{3!}\ \underbrace{\underline{\quad}\ \underline{\quad}\ \underline{\quad}\ \underline{\quad}\ \underline{\quad}\ \underline{\quad}\ \underline{\quad}}_{7!}$$

Relativamente aos casos favoráveis temos:

$3! \times 7! \times 8$

Há 8 modos de colocar as bolas com logotipo juntas
Há $7!$ permutações das bolas sem logotipo
Há $3!$ permutações das bolas com logotipo

Uma vez que os casos possíveis são $10!$, correspondentes às permutações das 10 bolas, a probabilidade pedida é

$$\frac{3! \times 7! \times 8}{10!} = \frac{1}{15}.$$

A opção correta é a **(B)**.

Resolução da pergunta 8

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 3

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Uma vez que a escolha dos códigos é feita ao acaso, podemos recorrer à Lei de Laplace para calcular a probabilidade pedida.
Os casos possíveis são ${}^{14}A'_4 = 14^4$.
Relativamente aos casos favoráveis, notemos que para o produto dos três algarismos ser ímpar, o código tem obrigatoriamente que ter três algarismos ímpares. O esquema seguinte ilustra a situação.

$$\underset{5}{\underline{\text{I}}} \quad \underset{4}{\underline{\text{I}}} \quad \underset{3}{\underline{\text{I}}} \quad \underset{2}{\underline{\text{I}}}$$

Como a vogal pode ocupar qualquer uma das quatro posições temos $5{\times}4{\times}3{\times}2 = 5^A_4 = 120$ casos favoráveis.
Pela Lei de Laplace podemos concluir que a probabilidade pedida é $\dfrac{120}{14^4} \approx 0.003$.

Resolução da pergunta 9

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 3

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Comecemos por ilustrar a situação com um esquema.

$$\times 2$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} E_1 & E_2 & E_3 & E_4 & I_1 & I_2 & I_3 & I_4 & I_5 & I_6 & I_7 & I_8 \\ \hline 4 & 3 & 2 & 1 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{array}$$

Note que no esquema E_i designa o estudante de Espanhol i para $i = 1, 2, 3, 4$ e I_j designa o estudante de Inglês j para $j = 1, ..., 8$.
Podemos concluir pelo Princípio fundamental da contagem que há $4! \times 8! \times 2 = 1935360$ maneiras de fazer o pretendido.
A opção correta é a **(D)**.

Resolução da pergunta 10

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 4

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Como os vértices são escolhidos ao acaso, podemos utilizar a Lei de Laplace para resolver o problema.
Os casos possíveis são ${}^6C_2 \times {}^6C_2$ uma vez que para cada uma das ${}^6C_2$ possíveis escolhas de dois vértices de uma das faces podemos escolher dois vértices da outra face de ${}^6C_2$ modos.
Os casos favoráveis são 6 uma vez que há seis faces laterais.
Pela Lei de Laplace, a probabilidade pedida é $\dfrac{6}{{}^6C_2 \times {}^6C_2} \approx 0.03$.

Resolução da pergunta 11

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 4

Como os cartões são extraídos ao acaso e cada cartão tem igual probabilidade de sair podemos utilizar a Lei de Laplace para determinar a probabilidade pedida.
Para os menores números saídos serem o 7 e o 22 então os restantes dois números são superiores a 22. Assim, o número de casos favoráveis é ${}^{30-22}C_2 = {}^{8}C_2 = 28$.O número de casos possíveis é ${}^{30}C_4 = 27405$.
A probabilidade pedida é portanto $\dfrac{28}{27405} \approx 0.001$.

Resolução da pergunta 12

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 4

A Lei de Laplace garante que, quando o espaço de resultados de uma experiência é finito, a probabilidade de um acontecimento é igual ao quociente entre o número de casos favoráveis ao acontecimento e o número de casos possíveis quando há equiprobabilidade de acontecimentos singulares. Como os três funcionários são escolhidos ao acaso há equiprobabilidade de acontecimentos singulares e podemos utilizar a Lei de Laplace para calcular a probabilidade pedida.

Os casos possíveis são ${}^{80}C_3$ correspondentes ao número de possibilidades de escolha de 3 pessoas em 80.

Relativamente aos casos favoráveis, comecemos por notar que o contrário de haver no máximo dois funcionários em três a residir em Coimbra é haver três a residir em Coimbra. Como $P\left(C\right) = 0.4$ e são 80 funcionários então $0.4 \times 80 = 32$ residem em Coimbra. Podemos escolher 3 funcionários dos 32 residentes em Coimbra de ${}^{32}C_3$ modos diferentes. Se tirarmos ao número total de escolhas de três funcionários (${}^{80}C_3$) as escolhas de três funcionários de Coimbra, ficamos com os casos favoráveis (${}^{80}C_3 - {}^{32}C_3$).

Aplicando a Lei de Laplace obtemos a probabilidade apresentada:

$$\frac{{}^{80}C_3 - {}^{32}C_3}{{}^{80}C_3}.$$

Resolução da pergunta 13

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 5

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 14

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 5

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 15

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 5

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 16

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 6

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 17

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 6

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 18

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 6

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 19

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 7

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 20

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 7

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 21

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 7

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 22

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 7

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 23

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 8

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 24

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 8

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 25

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 8

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 27

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 8

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 28

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 9

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 26

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 8

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 30

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 9

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 29

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 9

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 31

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 10

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 32

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 10

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 33

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 10

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 34

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 10

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):