

Conteúdo: 5 aulas e 29 exercícios em vídeo.

Versão: 10 de janeiro de 2022.

Verifique se existe versão com data mais recente: [aqui](#).

Autor: Rui Paiva (ruipaivac@gmail.com, www.academiaaberta.pt).

Instruções: Vídeo da aula → Exercícios → Confirmar resultados nos vídeos

Nota: Para visualizar a resolução dum exercício deve clicar no ícone .

AULA 1: Função racional. Noção intuitiva de limite. Assíntotas

Sumário/pré-requisitos

Funções reais de variável real:

- Função racional – Conceito intuitivo de limite;
- Função racional – Hipérbole;
- Função racional – Assíntotas do gráfico de uma função racional.

Pré-requisitos:

O estudante deverá ter competências na área de funções.



Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 1 clique em .

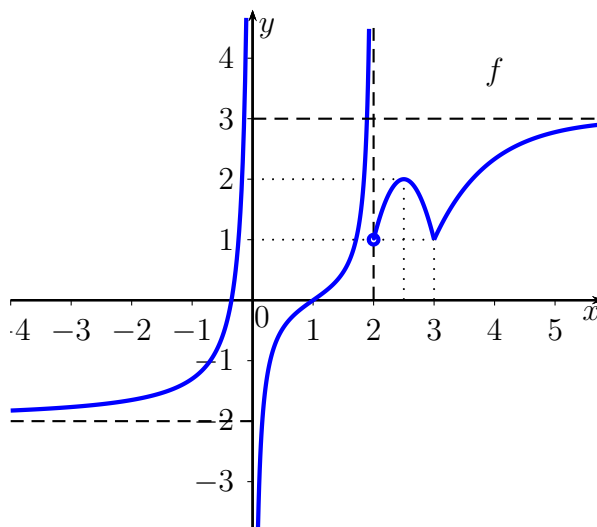
1.1. Indique quais das seguintes funções são racionais: .

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{-2x + 4x^3 - 2}{2x^2 - 3x + 4}; & g(x) &= \frac{\sqrt{2}x^4 - 16}{1 - x}; & h(x) &= \frac{\sqrt{2 - x^2}}{x^3 + 1}; \\ i(x) &= x^4 - 4x + 5x^2 - 3; & j(x) &= \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}; & l(x) &= (x - 1)^{-1}. \end{aligned}$$

1.2. Determine o domínio de cada uma das seguintes funções racionais: .

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{3x - 5}{1 - x^2}; & g(x) &= \frac{(x^2 + 5)^8}{12 - 6x - 6x^2}; & h(x) &= \frac{6x^2 - x - 5}{(8 + x)^2}; \\ i(x) &= \frac{3x - 5}{4 + x^2}. \end{aligned}$$

1.3. Na figura seguinte está representado parte do gráfico de f 



(a) Indique as equações das assíntotas do gráfico de f .

(b) Indique:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x); \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

AULA 2: Função homográfica

Sumário/pré-requisitos

Funções reais de variável real:

- Função racional – Função homográfica


Pré-requisitos:

O estudante deverá ter competências nas áreas de conjuntos, conjuntos numéricos e referenciais cartesianos em duas dimensões. Deverá ainda conhecer o conceito de limite de uma função real de variável real.



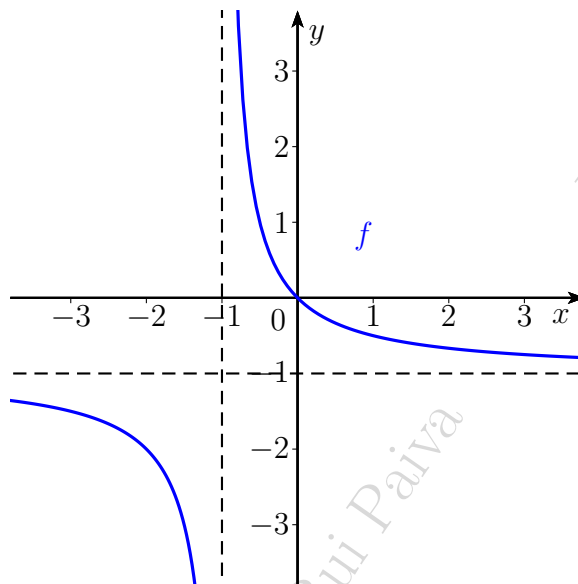
Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 2 clique em .

2.1. Considere as funções definidas por $f(x) = \frac{x+3}{x-1}$ e $g(x) = \frac{2x-1}{3-x}$.

(a) Escreva $f(x)$ e $g(x)$ na forma $y = k_1 + \frac{k_2}{cx+d}$ para constantes reais k_1, k_2, c e d . 

- (b) Estuda o domínio, o contradomínio e as equações das assíntotas de cada uma das funções. ■◀

2.2. A hipérbole da figura seguinte é parte do gráfico da função definida por $f(x) = a + \frac{b}{cx + 2}$.



- (a) Indique as assíntotas da hipérbole. ■◀

- (b) Calcule a , b e c . ■◀

- (c) Indique: ■◀

(i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (ii) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ (iii) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ (iv) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$

2.3. Luís, um jovem empresário agrícola, decidiu dedicar-se à criação de avestruzes. Recolhendo informações, concluiu que a variação da população de avestruzes seguia a lei

$$P(t) = \frac{80 + 250t}{t + k}$$

em que P representa o número de avestruzes ao fim de t meses.

- (a) Sabendo que ao fim de 2 meses o Luís tinha 145 avestruzes determine k e indique o número de avestruzes com que o Luís começou a sua actividade. ■◀
- (b) Justifique convenientemente a afirmação: “a população de avestruzes não ultrapassará 250 unidades”. ■◀

AULA 3: Determinação das assíntotas

Sumário/pré-requisitos

Funções reais de variável real:

- Função racional – Determinação das equações das assíntotas.

Pré-requisitos:

O estudante deverá ter competências nas áreas de conjuntos, conjuntos numéricos e referenciais cartesianos em duas dimensões. Deverá também conhecer o conceito de limite e de assíntota do gráfico de uma função.



Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 3 clique em

3.1. Determine as equações das assíntotas de cada uma das seguintes funções definidas pelas suas expressões algébricas.

(a) $f(x) = \frac{2x + 4}{x^2 - 9}$;

(b) $f(x) = \frac{4x^2 - 5}{2 - 2x^2}$;

(c) $f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 1}{x - 3}$;

(d) $f(x) = \frac{x^5}{x^2 + 9}$;

(e) $f(x) = \frac{1 + x^3}{x - 1}$;

(f) $f(x) = \frac{-x^3 - 4x^2 + 6x + 16}{x^2 - 4}$;

AULA 4: Operações com expressões racionais

Sumário/pré-requisitos

Funções reais de variável real:

- Função racional – Operações com expressões racionais.


Pré-requisitos:


O estudante deverá ter competências nas áreas de polinómios, funções racionais e decomposição de polinómios em fatores.





Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 4 clique em


4.1. Simplifique cada uma das seguintes expressões indicando o conjunto onde a simplificação é válida:


(a) $\frac{x-4}{x^2-9} + \frac{2}{x-3}$; 

(b) $\frac{x}{x^2-4} \times \frac{x-2}{x+1}$; 

(c) $\frac{1-x}{x} + \frac{2}{x^2-3x}$; 

(d) $\frac{5-x}{x^2-2x-3} - \frac{2x}{x+1}$; 

(e) $\frac{x^2-1}{x+1}$; 

(f) $\frac{x^3-16x}{x+4}$; 

AULA 5: Equações e inequações fracionárias

Sumário/pré-requisitos


Funções reais de variável real:

- Função racional – Equações e inequações fracionárias.


Pré-requisitos:


O estudante deverá ter competências nas áreas de conjuntos, conjuntos numéricos e referenciais cartesianos em duas dimensões, função afim e função quadrática. Deverá ainda saber decompor determinados polinómios em fatores.





Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 5 clique em .


5.1. Resolva em \mathbb{R} cada uma das seguintes condições:

(a) $\frac{x-4}{x^2-1} = 0$; 

(b) $\frac{x^2-2x}{x-2} = 0$; 

(c) $\frac{4}{4x^2-1} - \frac{2}{2x+1} = \frac{x}{1-2x}$; 

(d) $\frac{3x-6}{4-x} > 0$; 

(e) $\frac{x^2+x-2}{x+3} \geq 0$; 

(f) $\frac{1}{x-x^2} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{3} \geq 0$. 