


Conteúdo: 5 aulas e 26 exercícios em vídeo.

Versão: 10 de janeiro de 2022.

Verifique se existe versão com data mais recente: [aqui](#).

Autor: Rui Paiva (ruipaivac@gmail.com, www.academiaaberta.pt).

Instruções: Vídeo da aula → Exercícios → Confirmar resultados nos vídeos

Nota: Para visualizar a resolução dum exercício deve clicar no ícone .

AULA 1: Definição e gráfico

Sumário/pré-requisitos

Sucessões


- Definição e gráfico de uma sucessão;
- Sucessões definidas por recorrência.

Pré-requisitos:

O estudante deverá ter conhecimentos elementares de funções e de operações numéricas.



Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 1 clique em .

1.1. Considere a seguinte sucessão de termo geral $u_n = \frac{2-n}{3n}$ .

- Determine os quatro primeiros termos da sucessão.
- Indique o domínio da sucessão.
- Determine o termo de ordem 5.
- Verifique que $-\frac{5}{18}$ e $-\frac{10}{33}$ são termos da sucessão.
- Justifique que $\frac{5}{3}$ e $-\frac{1}{2}$ não são termos da sucessão.
- Represente parte do gráfico da sucessão.

1.2. Sabendo que todos os termos seguem a mesma lei de formação escreve o termo geral de cada uma das seguintes sucessões: .

- | | | |
|--|--|---|
| (a) 1, 3, 5, 7, ... | (b) 4, 6, 8, 10, ... | (c) -4, -3, -2, -1, 0, 1, ... |
| (d) 2, 5, 8, 11, ... | (e) 2, $\frac{4}{3}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{8}{7}$, ... | (f) 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, 2, ... |
| (g) $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{9}{7}$, $\frac{16}{9}$, ... | (h) -1, 2, -3, 4, ... | |

1.3. Considere as seguintes sucessões definidas por recorrência 

$$\begin{cases} a_1 = -3 \\ a_{n+1} = a_n + 5 \end{cases} \text{ e } \begin{cases} b_1 = 3 \\ -2b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

- (a) Determine os cinco primeiros termos de cada uma delas.
(b) Escreva os seus termos gerais.

AULA 2: Monotonia

Sumário/pré-requisitos


Sucessões

- Sucessões monótonas.


Pré-requisitos:


O estudante deverá ter conhecimentos de sucessões, de operações numéricas e de operações com polinómios.





Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 2 clique em .


2.1. Estude a monotonia de cada uma das seguintes sucessões:


(a) $a_n = 3n - 2$ 

(b) $b_n = \frac{3n + 1}{n}$ 

(c) $c_n = \frac{2n - 4}{3n + 5}$ 

(d) $d_n = \frac{8n + 1}{2n - 3}$ 

(e) $e_n = (-1)^n - 2n$ 

(f) $f_n = 9 - 8n + n^2$ 

Sumário/pré-requisitos

Sucessões

- Sucessões limitadas.

Pré-requisitos:

O estudante deverá ter conhecimentos de sucessões, de operações numéricas e de operações com polinómios.



Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 3 clique em

3.1. Relativamente a cada um dos seguintes conjuntos indique, caso existam, o conjunto dos majorantes e o conjunto dos minorantes:

(a) $A =]-2, 6[$

(b) $B = [3, 6[$

(c) $C =]-\infty, 2\pi]$

(d) $D = [4, 7] \cup \{8, 9\}$

3.2. Mostre que cada uma das seguintes sucessões é limitada e determine dois majorantes e dois minorantes do conjunto dos seus termos:

(a) $a_n = 1 + \frac{1}{n}$

(b) $b_n = \frac{n+5}{n}$

(c) $c_n = \frac{2n-4}{3n+5}$

(d) $d_n = \frac{4n-5}{4+5n}$

(e) $e_n = (-1)^n \times \frac{1}{n}$

(f) $f_n = (-1)^{1+n} \times \frac{n+1}{n}$

3.3. Considera a f.r.v.r.

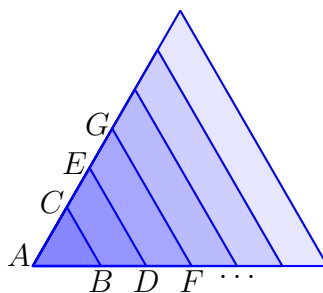
$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto f(x) = -x^2 + 6x - 5$$

(a) Represente graficamente a função.

(b) Considere a restrição de f ao conjunto \mathbb{N} . O que pode dizer:

- da monotonia da sucessão?
- da existência de majorantes e minorantes?
- da sucessão ser ou não limitada?
- da existência de termos iguais a zero?



AULA 5: Progressões geométricas

Sumário/pré-requisitos

Sucessões


- Progressões geométricas.

Pré-requisitos:

O estudante deverá ter conhecimentos de sucessões e de operações numéricas.



Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 5 clique em .

5.1. Prove que cada uma das seguintes sucessões é uma progressão geométrica e determine o seu termo geral: 

- (a) 2, 4, 8, 16, ... (b) 3, 2, $\frac{4}{3}$, $\frac{8}{9}$, ... (c) $2\sqrt{2}$, 4, $4\sqrt{2}$, 8, ...

5.2. Considere as sucessões definidas pelos termos gerais: 

$$a_n = \frac{n+1}{n}, \quad b_n = 3^n, \quad c_n = (0,01)^{3n} \times 5 \text{ e } \begin{cases} d_1 = 4 \\ 2d_{n+1} = d_n \end{cases}$$

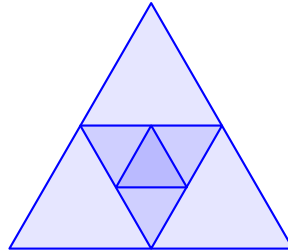
- (a) Averigua quais das sucessões são progressões geométricas;
(b) Determine $S_{20} - S_{10}$ para a sucessão $\{b_n\}$.
(c) Estude a monotonia de cada uma das progressões geométricas.

5.3. Considere as progressões geométricas definidas pelos seguintes elementos 

- (i) $a_3 = 2$ e $r = 4$ (ii) $b_1 = 2$ e $b_5 = 162$ (iii) $c_5 = 16$ e $c_8 = 2$

- (a) Escreva o termo geral de cada uma das sucessões.
(b) Calcule $c_1 + c_2 + \dots + c_{10}$.

5.4. Na figura seguinte, cada triângulo é obtido unindo os pontos médios dos lados do triângulo anterior. A área do triângulo maior é 1. ■◀



- (a) Quais são as áreas dos outros triângulos?
(b) Se continuássemos o desenho, qual era a área do 8.º triângulo? E a do triângulo de ordem n ?