


Conteúdo: 9 aulas e 66 exercícios em vídeo.

Versão: 14 de outubro de 2020.

Verifique se existe versão com data mais recente: [aqui](#).

Autor: Rui Paiva (ruipaivac@gmail.com, www.academiaaberta.pt).

Instruções: Vídeo da aula → Exercícios → Confirmar resultados nos vídeos

Nota: Para visualizar a resolução dum exercício deve clicar no ícone .

AULA 1: Definições elementares

Sumário/pré-requisitos


Funções reais de variável real:

- Definições elementares – Noção de função;
- Definições elementares – Propriedades das funções – abordagem gráfica: domínio, contradomínio e injetividade.

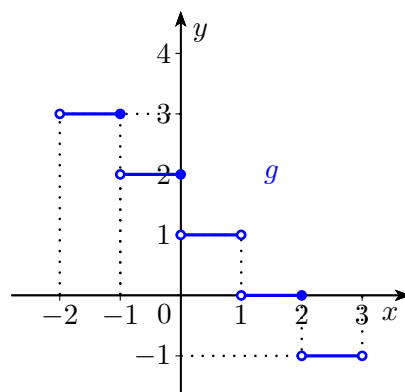
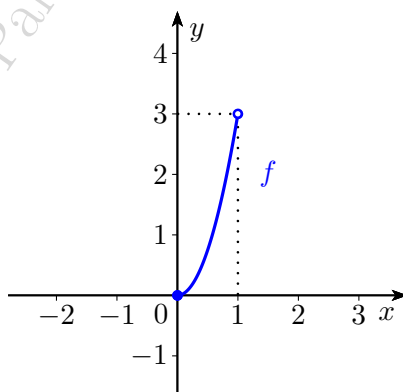
Pré-requisitos:

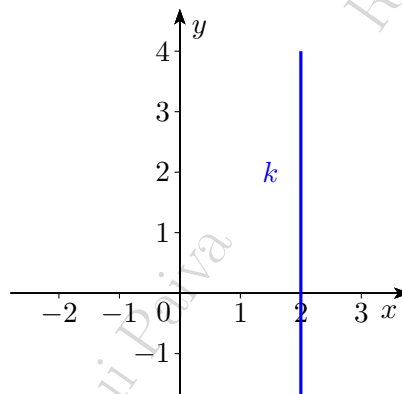
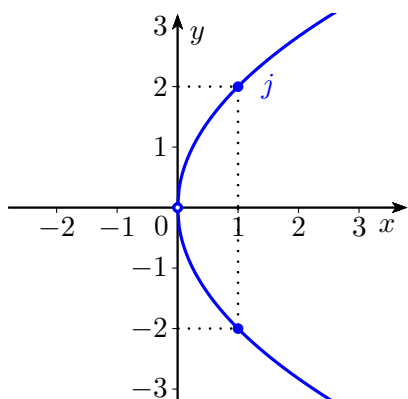
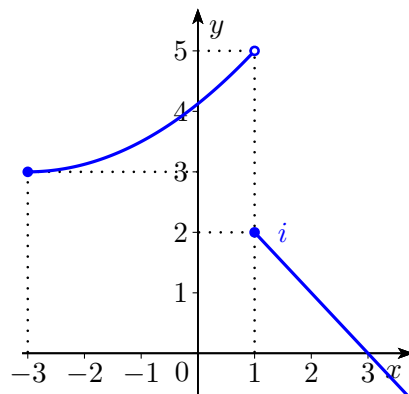
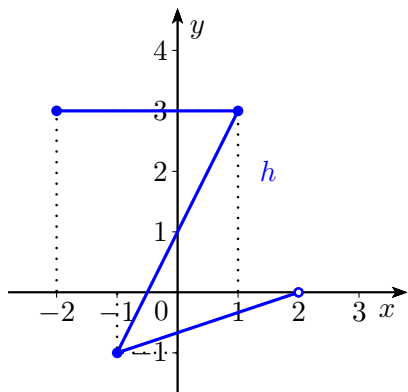
O estudante deverá ter competências nas áreas de conjuntos, conjuntos numéricos e referenciais cartesianos em duas dimensões.



Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 1 clique em .

1.1. Nos gráficos seguintes estão representadas correspondências entre duas variáveis x e y .





- (a) Indique quais os gráficos que correspondem a funções reais de variável real.
- (b) Indique o domínio e o contradomínio de cada uma das funções.
- (c) Estude cada uma das funções quanto à injetividade.

AULA 2: Propriedades das funções. Domínio natural

Sumário/pré-requisitos

Funções reais de variável real:

- Definições elementares – Propriedades das funções – abordagem gráfica: sinal, monotonia e extremos;
- Definições elementares – Domínio natural.

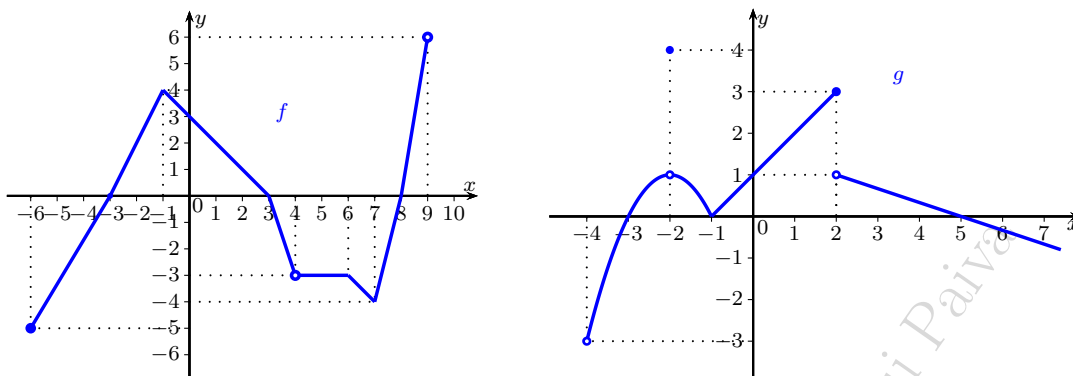
Pré-requisitos:

O estudante deverá ter competências nas áreas de conjuntos, conjuntos numéricos e referenciais cartesianos em duas dimensões. Deverá ainda conhecer o conceito de função.



Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 2 clique em .

2.1. Nos gráficos seguintes estão representados o gráfico de f e parte do gráfico de g :



- (a) Determine o domínio e o contradomínio de cada uma das funções.
- (b) Estude o sinal, a monotonia e os extremos de f e de g .

2.2. Estude o sinal, a monotonia e os extremos de cada uma das funções do exercício 1.1.

2.3. Determine o domínio natural de cada uma das seguintes funções:

- a) $f(x) = x^4 + 2x^4 + 7$; b) $g(x) = \frac{5}{x^2 - 2x - 8}$;
- c) $h(x) = \sqrt{x+3} - \frac{1}{4x}$; d) $i(x) = \frac{x^2 + 2}{\sqrt{2-x}}$.

AULA 3: Função afim

Sumário/pré-requisitos

Funções reais de variável real:

- Função afim.

Pré-requisitos:

O estudante deverá ter competências nas áreas de conjuntos, conjuntos numéricos e referenciais cartesianos em duas dimensões. Deverá ainda conhecer o conceito de função e conhecer as noções elementares de funções (domínio, contradomínio, injetividade, sinal, monotonia e extremos).



Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 3 clique em .

3.1. Considere as funções definidas por $f(x) = 2x - 4$ e $g(x) = -x + 3$.

- (a) Estude para cada uma delas o domínio, contradomínio, zeros, monotonia e sinal. ■◀
- (b) Resolva cada uma das seguintes condições:
- $f(x) > 2$; ■◀
 - $g(x) \leq 4$; ■◀
 - $f(x) \leq g(x)$. ■◀
- (c) Represente, recorrendo a uma calculadora gráfica ou a *software* traçador de gráficos, os gráficos de f e de g e interprete as soluções obtidas na alínea anterior. ■◀

3.2. Determine a expressão algébrica da função afim que verifica $f(0) = -4$ e $f(2) = 3$. ■◀

Sumário/pré-requisitos

Funções reais de variável real:

- Função quadrática – Introdução;
- Função quadrática – Nota histórica;
- Função quadrática – Família de funções quadráticas.

Pré-requisitos:

O estudante deverá ter competências nas áreas de conjuntos, conjuntos numéricos e referenciais cartesianos em duas dimensões. Deverá ainda conhecer o conceito de função e conhecer as noções elementares de funções (domínio, contradomínio, injetividade, sinal, monotonia e extremos).

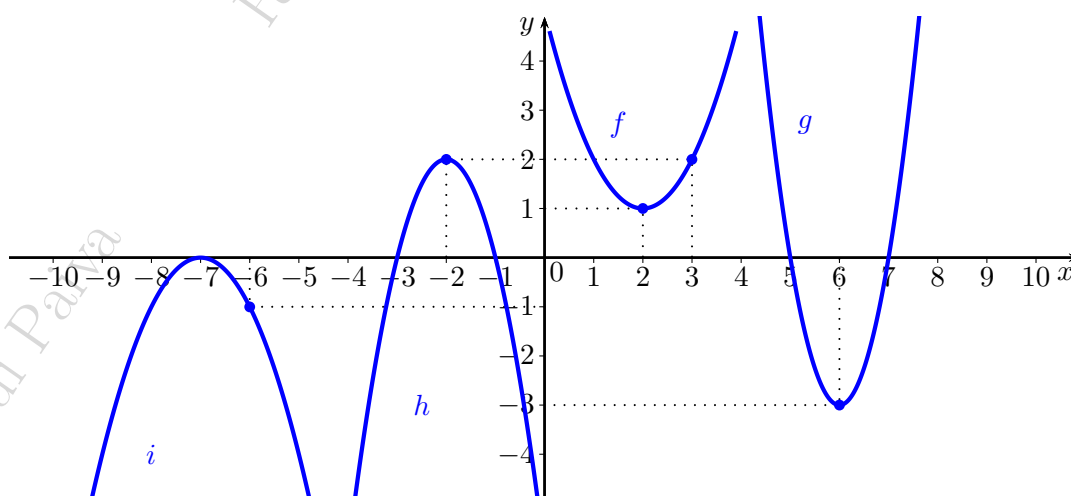


Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 4 clique em

4.1. Estude a monotonia e o contradomínio e indique o eixo de simetria da função quadrática f :

- cujo gráfico tem o ponto $(3, -2)$ como vértice e contém o ponto $(1, 14)$;
- definida por $f(x) = -3(x + 5)^2 + 2$;
- definida por $f(x) = -x^2 - 8x - 6$.

4.2. Considere as representações gráficas das funções f , g , h e i :



Sabendo que se tratam de parábolas, determine a expressão algébrica de cada uma delas e o eixo de simetria.

Sumário/pré-requisitos

Funções reais de variável real:

- Função quadrática – Zeros e sinal de uma função quadrática.

Pré-requisitos:

O estudante deverá ter competências nas áreas de conjuntos, conjuntos numéricos e referenciais cartesianos em duas dimensões. Deverá ainda conhecer o conceito de função e conhecer as noções elementares de funções (domínio, contradomínio, injetividade, sinal, zero, monotonia e extremos).



Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 5 clique em

5.1. Considere as funções reais de variável real definidas por:


$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x, g(x) = x^2 - 7x + 12, h(x) = x^2 + 5 \text{ e } i(x) = -16x^2 - 8x - 1.$$

Indique para cada uma delas:

- o vértice e a equação do eixo de simetria da parábola que as representa graficamente.
- o contradomínio e os intervalos de monotonia.
- o sinal.

5.2. Seja g uma função quadrática definida por $g(x) = x^2 - 6x + 5$.

- Escreva $g(x)$ na forma $(x - h)^2 + k$.
- Indique:
 - o eixo de simetria da referida parábola;
 - o contradomínio e os intervalos de monotonia da função;
 - o sinal da função g no seu domínio;
 - dois objetos diferentes que tenham a mesma imagem;
 - dois objetos, diferentes dos anteriores, que tenham a mesma imagem;
 - um intervalo onde a função seja injetiva e crescente;
 - um intervalo onde a função seja injetiva e negativa;
 - um intervalo onde a função seja decrescente e negativa;
 - um intervalo onde a função seja positiva e não injetiva.

(c) Represente graficamente g com o máximo rigor possível. 

AULA 6: Inequações do 2.º grau

Sumário/pré-requisitos


Funções reais de variável real:

- Função quadrática – Inequações do 2.º grau.





Pré-requisitos:

O estudante deverá ter competências nas áreas de conjuntos, conjuntos numéricos e referenciais cartesianos em duas dimensões. Deverá ainda conhecer o conceito de função e conhecer as noções elementares de funções (domínio, contradomínio, injetividade, sinal, zero, monotonia e extremos).








Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 6 clique em .

6.1. Resolva cada uma das seguintes condições:

- (a) $x^2 - 6x + 8 > 0$; 
(b) $2x^2 + 20x > -48$; 
(c) $2x^2 + 4x \leq -2x^2$; 
(d) $-5x^2 - 6x < -3x^2 - 18 - 6x$. 

6.2. Para iluminar uma operação de salvamento lançou-se do alto de uma falésia um “very light” (foguetete). A altura h (em metros) a que se encontra relativamente do nível médio das águas do mar t segundos após o lançamento ($t \geq 0$) é dada pela expressão $h(t) = 12 + 3t - \frac{t^2}{2}$. A luz só é útil desde que o “very light” esteja após o lançamento a 4 metros ou mais acima do mar.

Determine:

- (a) a altura da falésia relativamente ao nível médio das águas do mar. 
(b) a altura a que se encontra o “very light” ao fim de 2 e 6 segundos. 
(c) a altura máxima que o foguete atingiu e o tempo que demorou. 
(d) o tempo que dura a luz útil de cada foguete. 
(e) ao fim de quanto tempo o foguete cai no mar. 

AULA 7: Função definida por ramos

Sumário/pré-requisitos

Funções reais de variável real:


- Função definida por ramos.

Pré-requisitos:


O estudante deverá ter competências nas áreas de conjuntos, conjuntos numéricos e referenciais cartesianos em duas dimensões, função afim e função quadrática.




Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 7 clique em :

7.1. Sabendo que o gráfico da função g do exercício 2.1 é constituído exclusivamente por retas e parábolas, caracterize g . 

7.2. Represente graficamente cada uma das seguintes funções definidas pelas suas expressões algébricas:

(a) 

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{se } x < 3 \\ -2x + 8 & \text{se } x \geq 3 \end{cases} ;$$

(b) 

$$g(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{se } x < 1 \\ x - 1 & \text{se } x \geq 1 \end{cases} .$$

Sumário/pré-requisitos

Funções reais de variável real:

- Função módulo.

Pré-requisitos:

O estudante deverá ter competências nas áreas de conjuntos, conjuntos numéricos e referenciais cartesianos em duas dimensões, função afim e função quadrática.



Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 8 clique em

8.1. Represente graficamente cada uma das seguintes funções definidas pelas suas expressões algébricas:

(a) $f(x) = |x - 3| + 1$ (b) $g(x) = -3 - |x + 4|$ (c) $h(x) = 2|x - 2| - x$

8.2. Resolva em \mathbb{R} cada uma das seguintes condições.

(a) $|x - 4| = 7$ (b) $|x - 2| + 1 = 3$ (c) $3 - |x + 4| = -4$

(d) $|2x - 4| = -7$ (e) $|x - 1| < 7$ (f) $|2x - 2| + 1 \leq 3$

(g) $5 - |x + 4| \geq 4$ (h) $|2x - 4| \leq -7$ (i) $|4 - x| \geq 2$

(j) $|3x - 2| + 1 \geq 4$ (l) $5 - |4x - 3| \leq 4$ (m) $|3x + 1| \geq -1$

Sumário/pré-requisitos

Funções reais de variável real:

- Função par e função ímpar.

Pré-requisitos:

O estudante deverá ter competências nas áreas de conjuntos, conjuntos numéricos e referenciais cartesianos em duas dimensões, função afim e função quadrática.



Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 9 clique em

9.1. Estude cada uma das seguintes funções de domínio \mathbb{R} quanto à paridade:

(a) $f(x) = -x^4 + 2x^2$;

(b) $g(x) = \frac{x^3}{2} - \frac{5}{-x^5}$;

(c) $h(x) = 3x^2 + 2x^6$;

(d) $i(x) = x^4 - \frac{2}{x}$.