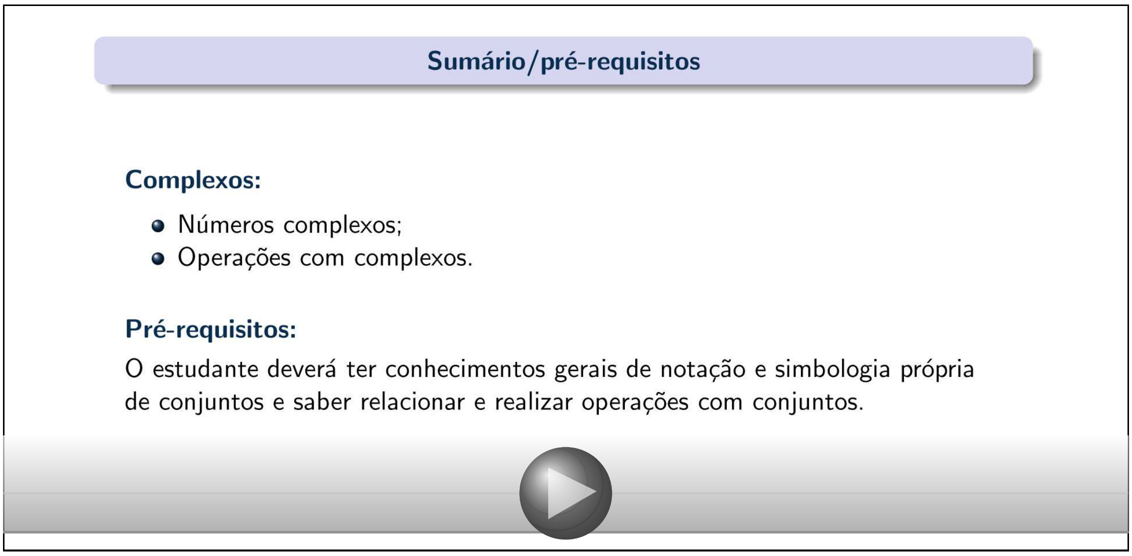
Matemática A 12.º

Ficha+Aulas de Números Complexos

Conteúdo: 4 aulas e 29 exercícios em vídeo.
Versão: 6 de janeiro de 2022.
Verifique se existe versão com data mais recente: aqui.
Autor: Rui Paiva (ruipaivac@gmail.com, www.academiaaberta.pt).
Instruções: Vídeo da aula → Exercícios → Confirmar resultados nos vídeos
Nota: Para visualizar a resolução dum exercício deve clicar no ícone.
Conteúdos do mesmo autor:

- Livro Preparação híbrida para o Exame Nacional de Matemática A 2021
- Plataforma de preparação para o 12.º e para o Exame Nacional de Matemática A
- Fichas de itens dos exames nacionais dos últimos 15 anos compilados por temas com resolução e/ou vídeo

AULA 1: Forma algébrica e generalidades



Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 1 clique em .

1.1. Considere os números complexos $z_1 = 3 - i$, $z_2 = -6 + 2i$, $z_3 = 1 + i$ e $z_4 = -3i$.

(a) Indique para cada um deles o conjugado, a parte real, a parte imaginária e o coeficiente da parte imaginária.

(b) Escreva cada um dos seguintes complexos na forma algébrica:

(i) $z_1 - 2\overline{z_2}$ (ii) $z_2 \times z_3 - \overline{z_4}$ (iii) $\dfrac{z_2}{z_3} + z_1$ (iv) $z_1 \times (z_3 + z_4)$

(v) $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}}$ (vi) $z_4\,\overline{(z_1 - z_3)}$ (vii) $\dfrac{2}{z_3} + i^{34}$ (viii) $i^{432} - 2 \times z_4^7$

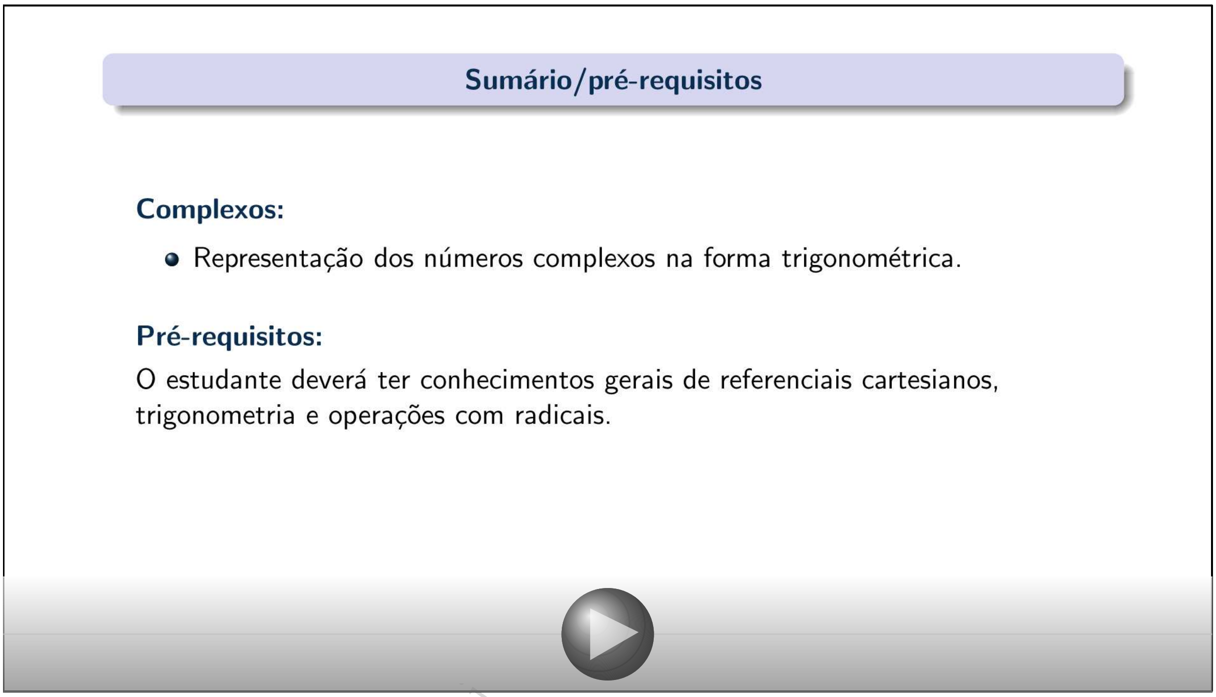
1.2. Resolva em $\mathbb{C}$ cada uma das seguintes equações:

(a) $x^2 + 3 = 0$ (b) $x^2 + x + 1 = 0$ (c) $x^3 - 8 = 0$ (d) $6 + x^3 + 2x^2 + 3x = 0$

1.3. Sabendo que $2 + i$ é uma raiz da equação $z^3 - 11z + 20 = 0$ determine as outras raízes.

1.4. Sendo $z_1 = 3 + (2 - k)\, i$ e $z_2 = 5 + m + 3i$ determine os números reais k e m de modo que $z_1 = z_2$.

AULA 2: Representação na forma trigonométrica



Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 2 clique em .

2.1. Escreva cada um dos seguintes números complexos na forma trigonométrica.

(a) 4; (b) -2; (c) $3i$; (d) $-4i$;

(e) $3 + 3\sqrt{3}i$; (f) $-4 + 4i$; (g) $-3\sqrt{2} - \sqrt{6}i$; (h) $3 - 3\sqrt{3}i$.

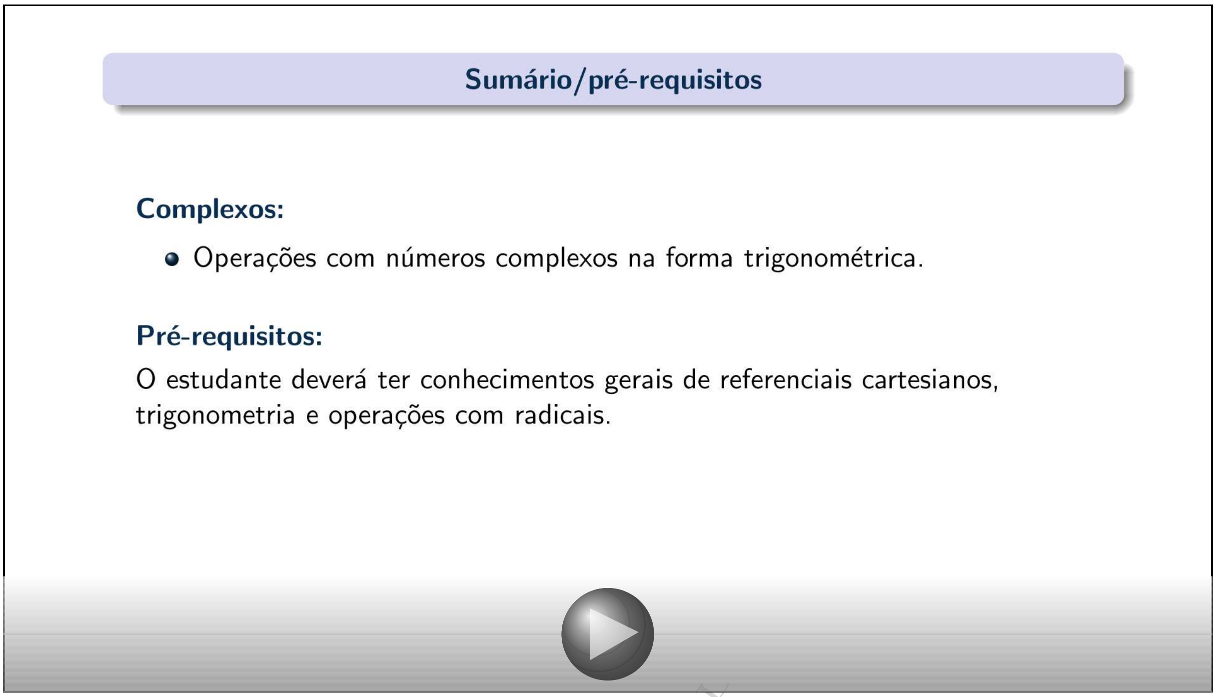
2.2. Escreva os números complexos $2e^{i\frac{\pi}{4}}$ e $6e^{i\frac{5}{3}\pi}$ na forma algébrica.

2.3. Sejam $z_1 = 2e^{-i\frac{\pi}{6}}$ e $z_2 = 4re^{2i\alpha}$ dois números complexos.

(a) Escreva $\overline{z_1}$, $-z_1$ e $-\overline{z_1}$ na forma trigonométrica.

(b) Determine r e α de modo que $z_1 = z_2$.

AULA 3: Operações na forma trigonométrica



Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 3 clique em .

3.1. Considere os complexos complexos $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{2}}$, $z_2 = -3e^{i\frac{2\pi}{3}}$ e $z_3 = e^{-i\frac{\pi}{3}}$. Calcule na forma trigonométrica:

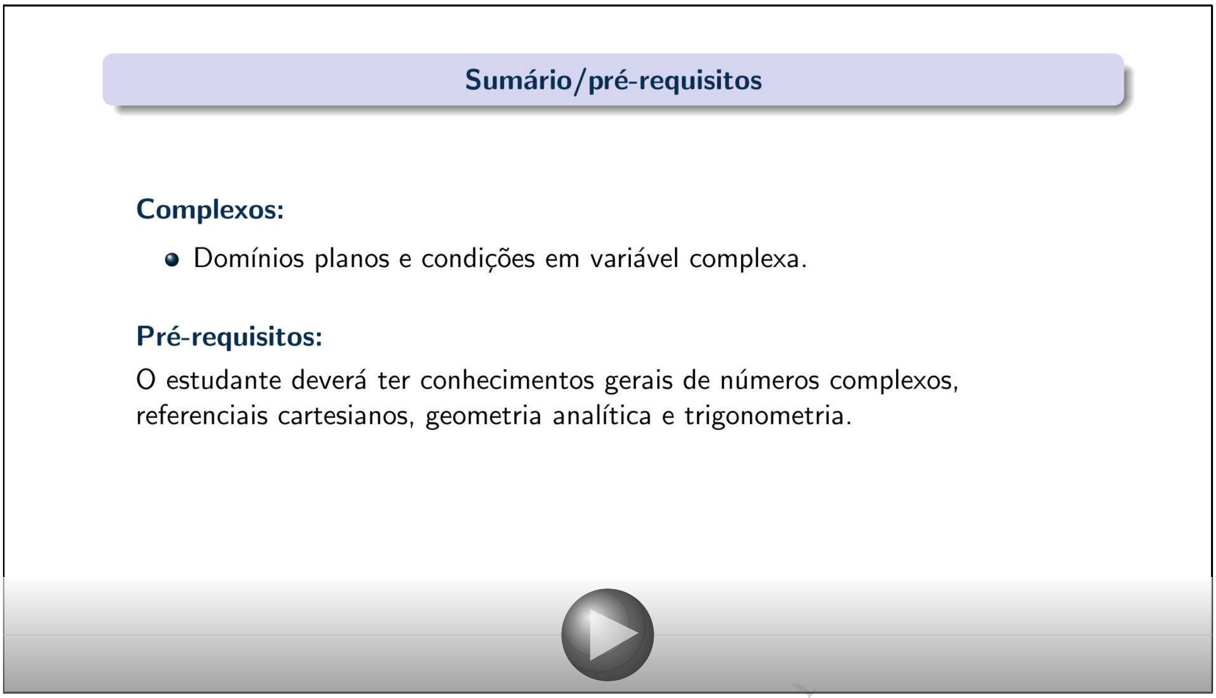
(a) z_1^{-1}; (b) $z_1 \times z_2$; (c) $\dfrac{z_1}{z_2}$; (d) $(z_2)^9$; (e) $\dfrac{z_1}{\bar{z}_2} \times \bar{z}_3$

3.2. Calcule e represente no plano de Argand

(a) as raízes quadradas de $1 - \sqrt{3}i$;

(b) as raízes quartas de $-\dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}i$;

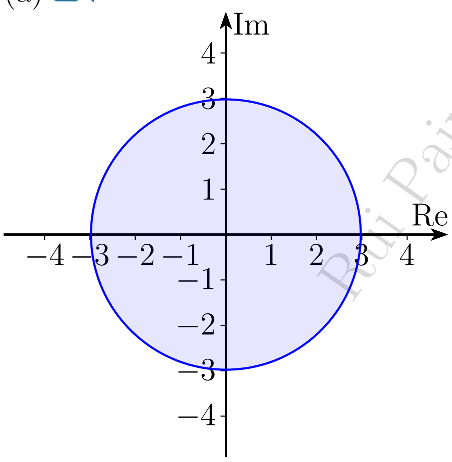
(c) as raízes quintas de $-3i$.



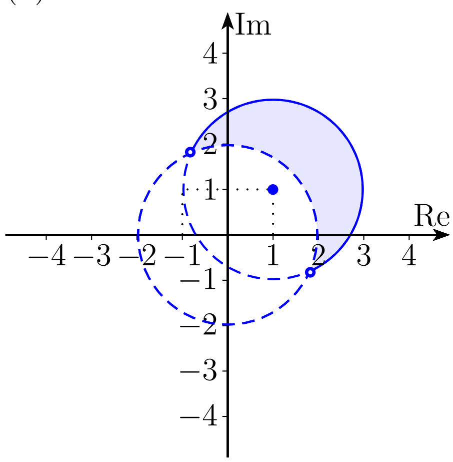
Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 4 clique em .

4.1. Represente por uma condição em $\mathbb{C}$ cada uma das seguintes regiões:

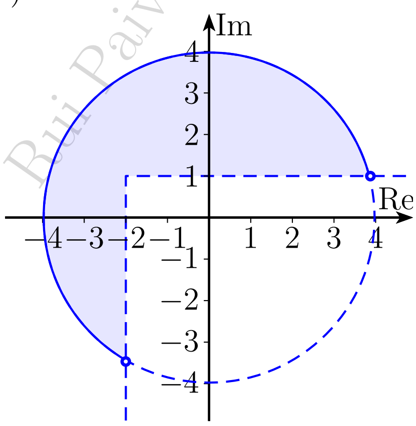
(a)



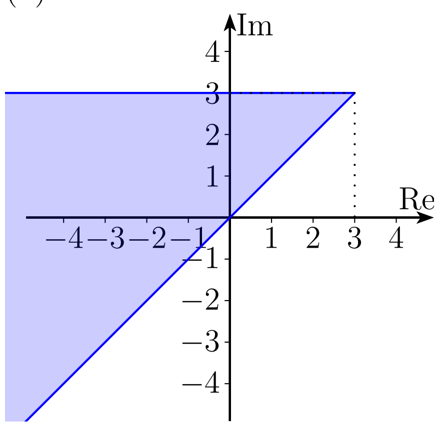
(b)



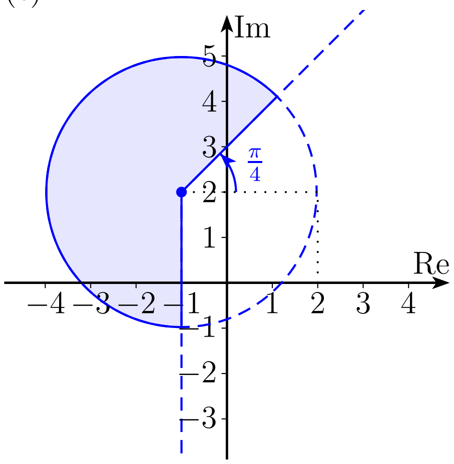
(c)



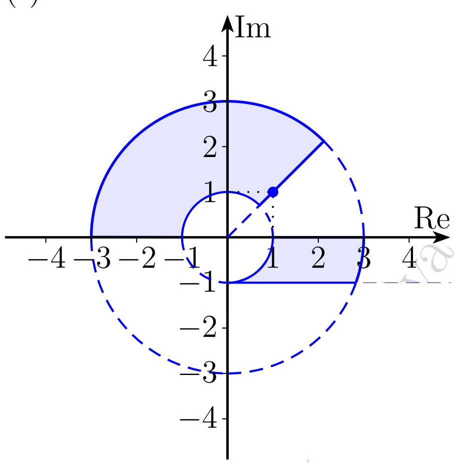
(d)



(e)



(f)



4.2. Represente, no plano de Argand, os conjuntos de pontos definidos por cada uma das seguintes condições:

(a) $|z| = 4$;

(b) $|z| \leq 4 \wedge |z| > 1$;

(c) $\operatorname{Re}(z - 3 + 2i) > 1 \wedge \operatorname{Im}(3 - 3i - z) > -2$;

(d) $|z - 2 + 2i| = |z + 3 - 4i|$;

(e) $|z| \leq |z - 1 + 2i| \wedge |z| < 4 \wedge \operatorname{Re}(z - 3 - 4i) > -5$;

(f) $\arg(z) = \frac{\pi}{3}$;

(g) $\arg(z - 3 + 3i) = \frac{7\pi}{6} \wedge 2\,|i - z| > 4$;

(h) $\frac{\pi}{6} \leq \arg(z - 3 + 3i) \leq \frac{5\pi}{6}$;

(i) $z + \bar{z} = 0$;

(j) $z - \bar{z} > 4i$.