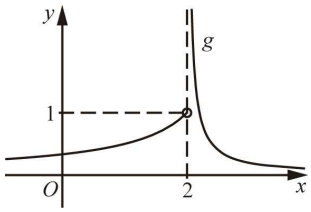
Limite segundo Heine - Exames Nacionais

Perguntas de Exames Nacionais dos últimos 16 anos com resolução e/ou vídeo.
Versão de 4 de janeiro de 2022.
Verifique se existe versão com data mais recente aqui e aceda a mais fichas aqui.

1. Na figura, está representada parte do gráfico de uma função g, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
A reta de equação $x = 2$ é uma assíntota vertical ao gráfico da função g.

Seja (v_n) a sucessão de termo geral $v_n = 2 - \dfrac{5}{n+3}$.

A que é igual $\lim g\,(v_n)$?



(A) 0 **(B)** 1

(C) 2 **(D)** $+\infty$

Resolução, pg. 5

Exame nacional de 2021 - 2.ª fase

2. Considere a sucessão (u_n) de termo geral $u_n = \dfrac{8n-4}{n+1}$.

Seja f a função, de domínio $]-\infty, 8[$, definida por $f(x) = \log_2(8-x)$.

A que é igual $\lim f\,(u_n)$?

(A) $-\infty$ **(B)** 0 **(C)** 1 **(D)** $+\infty$

Resolução, pg. 6

Exame nacional de 2020 - 1.ª fase

3. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = \ln x$.

Seja (u_n) a sucessão de termo geral $u_n = \left(\frac{n+2}{n}\right)^{\frac{n}{4}}$.

Qual é o valor de $\lim f(u_n)$

(A) 4 **(B)** 2 **(C)** $\frac{1}{2}$ **(D)** $\frac{1}{4}$

Resolução, pg. 8

Exame nacional de 2019 - Época especial

4. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = \ln x$.

Considere a sucessão de termo geral $u_n = \frac{n}{e^n}$.

Qual é o valor de $\lim f(u_n)$?

(A) $-\infty$ **(B)** 0 **(C)** e **(D)** $+\infty$

Resolução, pg. 7

Exame nacional de 2017 - 1.ª fase

5. Considere a função f, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = \frac{1+\ln x}{x}$.

Considere a sucessão de termo geral $u_n = n^2$.

Qual é o valor de $\lim f(u_n)$?

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** e **(D)** $+\infty$

Resolução, pg. 9

Exame nacional de 2015 - 1.ª fase

6. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = e^{\frac{1}{x}} - 3$.

Considere a sucessão de números reais (x_n) tal que $x_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$.

Qual é o valor de $\lim \frac{2}{f(x_n)}$?

(A) $-\infty$ **(B)** $-e$ **(C)** 0 **(D)** $+\infty$

Resolução, pg. 10

Exame nacional de 2014 - 1.ª fase

7. Seja g uma função, de domínio $]-\infty, e[$, definida por $g(x) = \ln(e - x)$.
Considere a sucessão estritamente crescente de termo geral $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.
Qual é o valor de $\lim g(x_n)$?

(A) $+\infty$ **(B)** e **(C)** 1 **(D)** $-\infty$

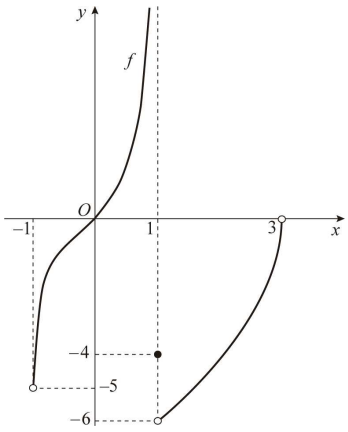
Resolução, pg. 11

Exame nacional de 2014 - 2.ª fase

8. Na figura, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função f, de domínio $]-1, 3[$.
Sabe-se que:

- $f(1) = -4$;
- a reta de equação $x = 1$ é assíntota do gráfico de f;
- (x_n) é uma sucessão com termos em $]-1, 1[$;
- $\lim(x_n) = 1$.

Qual é o valor de $\lim(f(x_n))$?



(A) $+\infty$
(B) -4
(C) -5
(D) -6

Resolução, pg. 12

Exame nacional de 2012 - 2.ª fase

9. Considere a função f, de domínio $]0, +\infty[$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & \text{se } 0 < x \leq 2 \\ \frac{4}{x} + 1 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

Seja (u_n) uma sucessão de números reais, de termos positivos, tal que $\lim f(u_n) = 3$.
Qual das expressões seguintes pode definir o termo geral da sucessão (u_n)?

(A) $2 - \frac{1}{n}$ **(B)** $2 + \frac{1}{n}$ **(C)** $3 - \frac{1}{n}$ **(D)** $3 + \frac{1}{n}$

Resolução, pg. 13

Exame nacional de 2011 - 1.ª fase, Prova especial

10. Considere a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x) = \begin{cases} e^x & \text{se } x \leq 0 \\ \ln x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

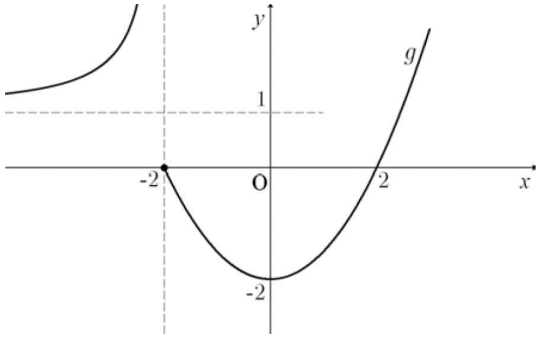
Considere a sucessão de termo geral $u_n = \dfrac{1}{n}$.
Qual é o valor de $\lim\limits_{n\to+\infty} g(u_n)$?

(A) $+\infty$ **(B)** 1 **(C)** 0 **(D)** $-\infty$

Resolução, pg. 14

Exame nacional de 2010 - 2.ª fase

11. Na figura está representada parte do gráfico de uma função g, de domínio $\mathbb{R}$ e contínua em $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.
As retas de equações $x = -2$ e $y = 1$ são as únicas assíntotas do gráfico de g.
Seja (x_n) uma sucessão tal que $\lim\limits_{n\to+\infty} g(x_n) = +\infty$.



Qual das expressões seguintes pode ser o termo geral da sucessão (x_n)?

(A) $-2 + \dfrac{2}{n}$ **(B)** $-2 - \dfrac{1}{n}$ **(C)** $1 + \dfrac{1}{n}$ **(D)** $1 - \dfrac{1}{n}$

Resolução, pg. 15

Exame nacional de 2008 - 2.ª fase

12. Seja g a função definida em $\mathbb{R}$ por $g(x) = \dfrac{e^x + 5}{2 + \cos x}$.
Considere a sucessão de termo geral $u_n = \dfrac{n+1}{n^2}$.
Indique o valor de $\lim\limits_{n\to+\infty} g(u_n)$.

(A) 4 **(B)** 3 **(C)** 2 **(D)** 1

Resolução, pg. 16

Exame nacional de 2006 - 1.ª fase

Resoluções

Resolução da pergunta 1

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 1

$\lim v_n = 2 - \dfrac{5}{+\infty} = 2 - 0^+ = 2^-$.
$\lim g\left(v_n\right) = \lim\limits_{x \to 2^-} g(x) = 1$.
Podemos concluir que a opção correta é a **(B)**.

Resolução da pergunta 2

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 1

Vídeo da resolução:

Comecemos por escrever a expressão $\dfrac{8n-4}{n+1}$ numa forma mais conveniente para determinar o valor do seu limite.

$$\begin{array}{r|l} 8n-4 & n+1 \\ \cline{2-2} -8n-8 & 8 \\ \hline -12 & \end{array} \qquad \frac{8n}{n} = 8$$

Podemos concluir que $u_n = 8 - \dfrac{12}{n+1}$.

$\lim u_n = \lim \left(8 - \dfrac{12}{n+1}\right) = 8 - \dfrac{12}{+\infty + 1} = 8^-$.

Consequentemente, $\lim f(u_n) = \lim\limits_{x \to 8^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 8^-} \log_2(8-x) = \log_2(0^+) = -\infty$.

Podemos concluir que a opção correta é a **(A)**.

Resolução da pergunta 4

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 2

Com base no limite notável $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x}=+\infty$ temos $\lim\dfrac{e^n}{n}=+\infty$.
Logo,

$$\lim\left(u_n\right)=\lim\frac{n}{e^n}=\lim\frac{1}{\frac{e^n}{n}}=\frac{1}{+\infty}=0^+$$

e temos

$$\lim f\left(u_n\right)=\lim_{x\to0^+}\ln x=-\infty.$$

A opção correta é a **(A)**.

Resolução da pergunta 3

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 2

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 5

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 2

Como $\lim (u_n) = (+\infty)^2 = +\infty$ então

$$\lim f(u_n) = \lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{1 + \ln x}{x}$$
$$\overset{\left(\frac{\infty}{\infty}\right)}{=} \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} + \lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 + 0 = 0.$$

A opção correta é a **(A)**.

Resolução da pergunta 6

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 2

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 7

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 3

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 8

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 3

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 9

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 3

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 10

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 3

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 11

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 4

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 12

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 4

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):