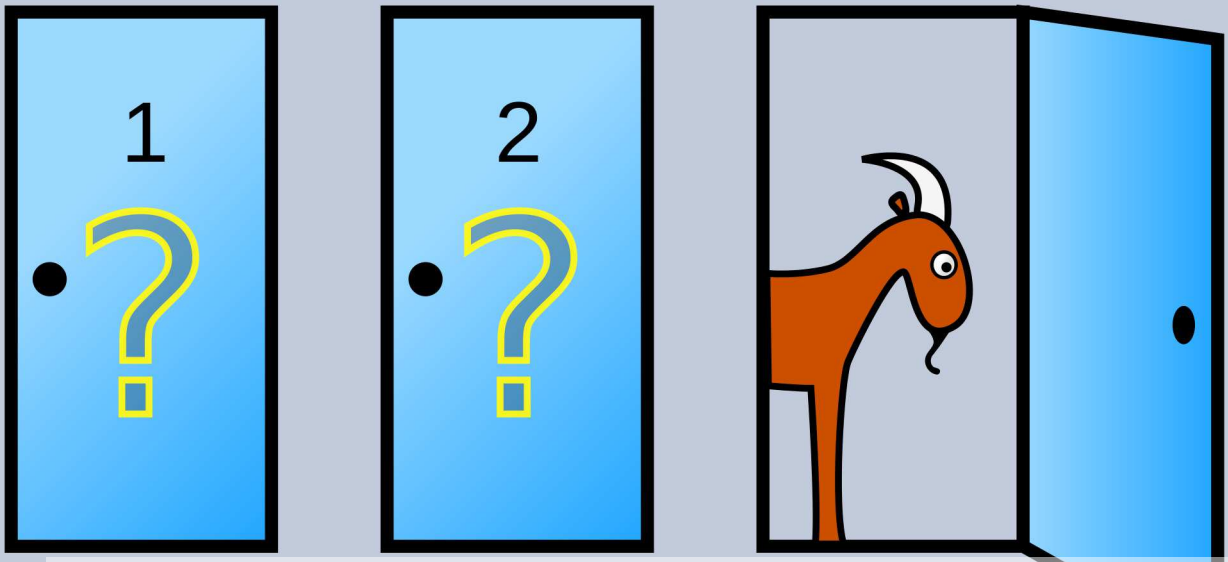


Probabilidade condicionada - Exames

Perguntas de Exames Nacionais dos últimos 16 anos com resolução e/ou vídeo.
Versão de 31 de dezembro de 2021.
Verifique se existe versão com data mais recente aqui e aceda a mais fichas aqui.

1. Numa dada localidade, existe um clube onde se pratica badmínton e ténis.
Relativamente a este clube, sabe-se que:

- cada sócio pratica uma e só uma das duas modalidades;
- 65% dos sócios são mulheres;
- $\frac{1}{7}$ dos homens pratica badmínton;
- $\frac{5}{6}$ dos praticantes de badmínton são mulheres.

Escolhe-se, ao acaso, um sócio deste clube.
Determine a probabilidade de o sócio escolhido ser uma mulher que pratica ténis.
Apresente o resultado na forma de percentagem.

Resolução, pg. 12

Exame nacional de 2021 - $2.^{a}$ fase

2. Numa escola frequentada por estudantes portugueses e estrangeiros, 60% dos alunos são raparigas e 15% são rapazes estrangeiros.
Escolheu-se, ao acaso, um aluno dessa escola e verificou-se que era um rapaz.
Qual é a probabilidade de ele ser português?

(A) 45% **(B)** 50% **(C)** $57{,}5\%$ **(D)** $62{,}5\%$

Resolução, pg. 13

Exame nacional de 2021 - $1.^{a}$ fase

3. Seja E o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset E$ e $B \subset E$).
Sabe-se que:

- $P(A) = 0.3$; $P(B) = 0.4$;
- $P\left(\overline{A} \cup \overline{B}\right) = 0.9$.

Determine o valor da probabilidade condicionada $P\left(A \middle| (A \cup B)\right)$.
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Resolução, pg. 14

Exame nacional de 2020 - $2.^{a}$ fase

4. Num clube desportivo, praticam-se as modalidades de basquetebol e futebol, entre outras.
Sabe-se que, escolhido ao acaso um atleta deste clube, a probabilidade de ele praticar basquetebol é $\frac{1}{5}$ e a probabilidade de ele praticar futebol é $\frac{2}{5}$.
Sabe-se ainda que, dos atletas que não praticam futebol, 3 em cada 4 não praticam basquetebol.
Mostre que existe, pelo menos, um atleta do clube que pratica as duas modalidades desportivas.

Resolução, pg. 15

Exame nacional de 2018 - $2.^{a}$ fase

5. Uma escola dedica-se ao ensino de Espanhol e de Inglês, entre outras línguas.
Relativamente a essa escola, sabe-se que:

- o número de alunos que estudam Espanhol é igual ao número de alunos que estudam Inglês;
- o número de alunos que estudam, pelo menos, uma das duas línguas é o quádruplo do número de alunos que estudam as duas línguas.

Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola.
Determine a probabilidade de esse aluno estudar Inglês, sabendo que estuda Espanhol.
Apresente o resultado na forma de percentagem.

Resolução, pg. 16

Exame nacional de 2018 - $1.^{a}$ fase

6. Uma turma é constituída por rapazes e por raparigas, num total de 20 alunos.
Sabe-se que:

- $\frac{1}{4}$ dos rapazes tem olhos verdes;
- escolhido, ao acaso, um aluno da turma, a probabilidade de ele ser rapaz e de ter olhos verdes é $\frac{1}{10}$.

Quantos rapazes tem a turma?

(A) 4 **(B)** 8 **(C)** 12 **(D)** 16

Resolução, pg. 17

Exame nacional de 2017 - $2.^{a}$ fase

7. Considere nove fichas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 9.
Considere duas caixas, U e V.
Colocam-se as fichas numeradas de 1 a 5 na caixa U e as fichas numeradas de 6 a 9 na caixa V.
Realiza-se a seguinte experiência.
Retira-se, ao acaso, uma ficha da caixa U e retira-se, também ao acaso, uma ficha da caixa V.
Sejam A e B os acontecimentos:
A: "A soma dos números das fichas retiradas é igual a 10"
B: "O produto dos números das fichas retiradas é ímpar"
Determine o valor de $P(B|A)$, sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada.
Na sua resposta:

- explique o significado de $P(B|A)$ no contexto da situação descrita;
- indique os casos possíveis, apresentando cada um deles na forma (u, v), em que u designa o número da ficha retirada da caixa U e v designa o número da ficha retirada da caixa V;
- indique os casos favoráveis;
- apresente o valor pedido na forma de fração irredutível.

Resolução, pg. 18

Exame nacional de 2017 - $1.^{a}$ fase

8. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subseteq \Omega$ e $B \subseteq \Omega$).

- $P(A) = 0.2$
- $P(B) = 0.3$
- $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = 0.6$

Qual é o valor de $P(A|B)$?

(A) $\frac{1}{3}$ **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** $\frac{2}{3}$ **(D)** $\frac{5}{6}$

Resolução, pg. 19

Exame nacional de 2017 - $1.^{a}$ fase

9. Uma escola secundária tem alunos de ambos os sexos.
Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola.
Seja A o acontecimento "o aluno escolhido é rapariga", e seja B o acontecimento "o aluno escolhido frequenta o $10.^{\circ}$ ano".
Sabe-se que:

- a probabilidade de o aluno escolhido ser rapaz ou não frequentar o $10.^{\circ}$ ano é 0,82;
- a probabilidade de o aluno escolhido frequentar o $10.^{\circ}$ ano, sabendo que é rapariga, é $\frac{1}{3}$.

Determine $P(A)$.

Resolução, pg. 20

Exame nacional de 2016 - $2.^{a}$ fase

10. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subseteq \Omega$ e $B \subseteq \Omega$).

- $P(A) = \frac{2}{5}$
- $P(B) = \frac{3}{10}$
- $P(A|B) = \frac{1}{6}$

Qual é o valor de $P(A \cup B)$?

(A) $\frac{4}{5}$ **(B)** $\frac{7}{10}$ **(C)** $\frac{13}{20}$ **(D)** $\frac{19}{30}$

Resolução, pg. 21

Exame nacional de 2016 - $1.^{a}$ fase

11. Seja X, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$), com $P(A) \neq 0$.
Prove que $P\left(A \cup \overline{B}\right) - 1 + P(B) = P(A) \times P\left(B|A\right)$.

Resolução, pg. 22

Exame nacional de 2015 - $2.^{a}$ fase

12. Um saco contém nove bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 9. As bolas numeradas de 1 a 5 são pretas e as restantes são brancas.
Retira-se, ao acaso, uma bola do saco e observa-se a sua cor e o seu número.
Considere os seguintes acontecimentos, associados a esta experiência aleatória:
A: "a bola retirada é preta"
B: "o número da bola retirada é um número par"
Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(A|B)$?

(A) $\frac{2}{5}$ **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** $\frac{3}{5}$ **(D)** $\frac{3}{4}$

Resolução, pg. 23

Exame nacional de 2015 - $2.^{a}$ fase

13. De uma empresa com sede em Coimbra, sabe-se que:

- 60% dos funcionários residem fora de Coimbra;
- os restantes funcionários residem em Coimbra.

Relativamente aos funcionários dessa empresa, sabe-se ainda que:

- o número de homens é igual ao número de mulheres;
- 30% dos homens residem fora de Coimbra.

Escolhe-se, ao acaso, um funcionário dessa empresa.
Qual é a probabilidade de o funcionário escolhido ser mulher, sabendo que reside em Coimbra?
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Resolução, pg. 24

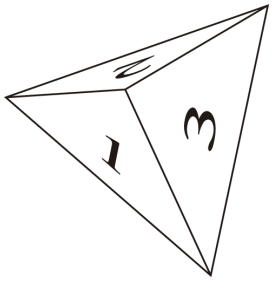
Exame nacional de 2015 - $1.^{a}$ fase

14. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$), com $P(A) \neq 0$.
Mostre que $P(B|A) \geq 1 - \dfrac{1 - P(B)}{P(A)}$.

Resolução, pg. 25

Exame Nacional de 2011 - $1.^{a}$ fase

15. Na figura, está representado um tetraedro com as faces numeradas de 1 a 4



Considere, a experiência aleatória que consiste em lançar 4 vezes o tetraedro representado na figura e registar, em cada lançamento, o número inscrito na face voltada para baixo.
Sejam I e J os acontecimentos seguintes.
I : "o número registado nos três primeiros lançamentos do tetraedro é o número 2";
J : "a soma dos números registados nos quatro lançamentos do tetraedro é menor do que 10".
Indique o valor de $P(J|I)$ sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada.
Numa composição, explique o seu raciocínio, começando por referir o significado de $P(J|I)$ no contexto da situação descrita.

Resolução, pg. 27

Exame Nacional de 2011 - Época especial

16. Uma companhia aérea vende bilhetes a baixo custo exclusivamente para viagens cujos destinos sejam Berlim ou Paris.
A companhia aérea constatou que, quando o destino é Berlim, 5% dos seus passageiros perdem o voo e que, quando o destino é Paris, 92% dos passageiros seguem viagem. Sabe-se que 30% dos bilhetes a baixo custo que a companhia aérea vende têm por destino Berlim.
Determine a probabilidade de um passageiro, que comprou um bilhete a baixo custo nessa companhia aérea, perder o voo.
Apresente o resultado na forma de dízima.

Resolução, pg. 26

Exame Nacional de 2011 - $1.^{a}$ fase

17. Uma turma do $12.^{\circ}$ ano de uma escola secundária tem 18 raparigas e 10 rapazes. Nessa turma, 20 alunos têm Inglês. Dos alunos da turma que têm Inglês só 4 são rapazes.
Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa turma.
Qual é a probabilidade de o aluno escolhido não ter Inglês, sabendo que é rapariga?

(A) $\frac{1}{9}$ **(B)** $\frac{2}{9}$ **(C)** $\frac{3}{5}$ **(D)** $\frac{1}{4}$

Resolução, pg. 28

Exame Nacional de 2011 - Época especial

18. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos tais que $A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$, com $P(B) \neq 0$.
Mostre que $P\left(\overline{A \cap B}|B\right) = P\left(\overline{A}|B\right)$.

Resolução, pg. 29

Exame Nacional de 2011 - Época especial

19. Num determinado clube desportivo praticam-se apenas dois desportos, futebol e andebol. Dos jovens inscritos nesse clube, 28 jogam apenas futebol, 12 jogam apenas andebol e 12 jogam futebol e andebol. Escolhe-se, ao acaso, um dos jovens inscritos.
Qual é a probabilidade de o jovem escolhido jogar andebol sabendo que joga futebol?

(A) $\frac{1}{2}$ **(B)** $\frac{3}{10}$ **(C)** $\frac{7}{10}$ **(D)** $\frac{3}{7}$

Resolução, pg. 30

Exame Nacional de 2011 - Época especial

20. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos tais que $A \subset \Omega$, $B \subset \Omega$ e $P(B) \neq 0$.
Mostre que $\frac{P(A \cup B)}{P(B)} - P(\overline{A}|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$.
(P designa probabilidade; $\overline{A}$ designa o acontecimento contrário de A; $P(\overline{A}|B)$ designa a probabilidade de A, dado B)

Resolução, pg. 31

Exame Nacional de 2010 - $2.^{a}$ fase

21. A Figura 1 e a Figura 2 representam, respetivamente, as planificações de dois dados cúbicos equilibrados, A e B.

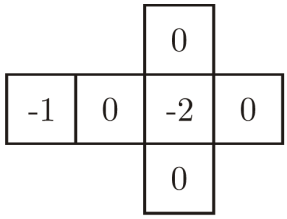


Figura 1

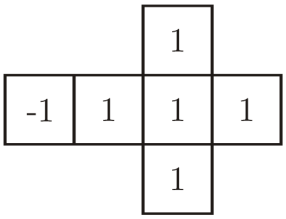


Figura 2

Lançam-se, simultaneamente, os dois dados.
Considere que o número da face voltada para cima no dado A (Figura 1) é a abcissa de um ponto Q do referencial o.n. xOy, e que o número da face voltada para cima no dado B (Figura 2) é a ordenada desse ponto Q.
Considere agora os acontecimentos:
J : "o número saído no dado A é negativo";
L : "o ponto Q pertence ao terceiro quadrante".
Indique o valor de $P(L|J)$, sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada. Apresente o resultado na forma de fracção.
Numa composição, explique o seu raciocínio, começando por referir o significado de $P(L|J)$ no contexto da situação descrita.

Resolução, pg. 32

Exame Nacional de 2010 - 2.ª fase

22. Uma turma é constituída por 27 alunos, dos quais 17 são rapazes. A Maria e o Manuel são alunos dessa turma. A professora de Português vai escolher, ao acaso, um grupo de cinco alunos para definirem as regras de um Jogo de Palavras.
Considere os acontecimentos:
A: "a Maria e o Manuel são escolhidos para definirem as regras do jogo";
B: "dos cinco alunos escolhidos, dois são rapazes e três são raparigas".
Uma resposta correta para a probabilidade condicionada $P(B|A)$ é $\frac{16 \times {}^{9}C_{2}}{{}^{25}C_{2}}$.
Numa composição, explique porquê.
A sua composição deve incluir:

- a interpretação do significado de $P(B|A)$, no contexto da situação descrita;
- uma referência à regra de Laplace;
- uma explicação do número de casos possíveis;
- uma explicação do número de casos favoráveis.

Resolução, pg. 33

Exame Nacional de 2010 - Época especial

23. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos tais que $A \subset \Omega$, $B \subset \Omega$ e $P(B) \neq 0$.
Mostre que $1 - P(A|B) \times P(B) - P\left(A \cap \overline{B}\right) = P\left(\overline{A}\right)$.
(P designa probabilidade, $\overline{A}$ designa o acontecimento contrário de A, e $P(A|B)$ designa a probabilidade de A dado B.)

Resolução, pg. 34

Exame Nacional de 2009 - $2.^{a}$ fase

24. Admita que um estudante tem de realizar dois testes no mesmo dia. A probabilidade de ter classificação positiva no primeiro teste é 0.7, a de ter classificação positiva no segundo teste é 0.8, e a de ter classificação negativa em ambos os testes é 0.1.
Qual é a probabilidade de o estudante ter negativa no segundo teste, sabendo que teve negativa no primeiro teste?

(A) $\frac{1}{8}$ **(B)** $\frac{1}{7}$ **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** $\frac{1}{2}$

Resolução, pg. 35

Exame Nacional de 2009 - $2.^{a}$ fase

25. Uma caixa contém bolas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 20. As bolas numeradas de 1 a 10 têm cor verde, e as bolas numeradas de 11 a 20 têm cor amarela.
Considere a experiência aleatória que consiste em retirar, sucessivamente, duas bolas da caixa, não repondo a primeira bola retirada, e em registar a cor das bolas retiradas.
Na mesma experiência aleatória, considere os acontecimentos:
A: "A $1.^{a}$ bola retirada é verde."
B: "A $2.^{a}$ bola retirada é amarela."
C: "O número da $2.^{a}$ bola retirada é par."
Qual é o valor da probabilidade condicionada $P((B \cap C)|A)$?
A resposta correta a esta questão é $P((B \cap C)|A) = \frac{5}{19}$.
Numa pequena composição, sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, explique o valor dado, começando por interpretar o significado de $P((B \cap C)|A)$, no contexto da situação descrita e fazendo referência:

- à Regra de Laplace;
- ao número de casos possíveis;
- ao número de casos favoráveis.

Resolução, pg. 36

Exame Nacional de 2009 - $1.^{a}$ fase

26. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Sabe-se que:

- $P(A) = 0{,}3$

- $P(B) = 0{,}4$
- $P(A \cup B) = 0{,}5$

(P designa probabilidade.)
Qual é a probabilidade de se realizar A, sabendo que B se realiza?

(A) $\frac{1}{6}$ **(B)** $\frac{1}{4}$ **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** $\frac{1}{2}$

Resolução, pg. 37

Exame Nacional de 2009 - 1.ª fase

27. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Mostre que: $1 - P\left(\overline{A \cup B}\right) + P\left(A|B\right) \times P(B) = P(A) + P(B)$.
(P designa probabilidade, $\overline{A}$ representa o acontecimento contrário de A e $P(A|B)$ é a probabilidade de A dado B.)

Resolução, pg. 40

Exame Nacional de 2008 - Época especial

28.

(a) Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Prove que:

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A}) - P(B) + P(A \cup B)$$

(P designa a probabilidade, $\overline{A}$ designa o acontecimento contrário de A e $\overline{B}$ designa o acontecimento contrário de B.)

(a) Numa determinada cidade, das 160 raparigas que fizeram o exame nacional de Matemática, 65% tiveram classificação positiva, e, dos 120 rapazes que fizeram o mesmo exame, 60% também tiveram classificação positiva.
Escolhendo, ao acaso, um dos estudantes que realizaram o exame, qual é a probabilidade de o estudante escolhido não ser rapaz ou não ter tido classificação positiva?
Apresente o resultado em forma de dízima, com aproximação às centésimas.
Nota:
Se o desejar, utilize a igualdade referida em a) Neste caso, deverá começar por caraterizar claramente os acontecimentos A e B, no contexto da situação apresentada; no entanto, pode optar por resolver o problema por outro processo.

Resolução, pg. 39

Exame Nacional de 2008 - 2.ª fase

29. Uma caixa A contém duas bolas verdes e uma bola amarela. Outra caixa B contém uma bola verde e três bolas amarelas. As bolas colocadas nas caixas A e B são indistinguíveis ao tato.
Lança-se um dado cúbico perfeito, com as faces numeradas de 1 a 6. Se sair o número 5,

tira-se uma bola da caixa A; caso contrário, tira-se uma bola da caixa B.
Qual é a probabilidade de a bola retirada ser verde, sabendo que saiu o número 5 no lançamento do dado?

(A) $\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{1}{3}$ **(C)** $\frac{3}{4}$ **(D)** $\frac{2}{3}$

Resolução, pg. 38

Exame Nacional de 2008 - $2.^{a}$ fase

30. Numa sala de Tempos Livres, a distribuição dos alunos por idades e sexo é a seguinte:

	5 anos	6 anos	7 anos
Rapaz	1	5	2
Rapariga	3	5	7

Escolhe-se um aluno ao acaso.
Sejam A e B os acontecimentos:
A: "*o aluno tem 7 anos*";
B: "*o aluno é rapaz*".
Indique, justificando, o valor da probabilidade condicionada $P(B|A)$. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
Nota: no caso de utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, explicite os valores das duas probabilidades envolvidas nessa fórmula.

Resolução, pg. 41

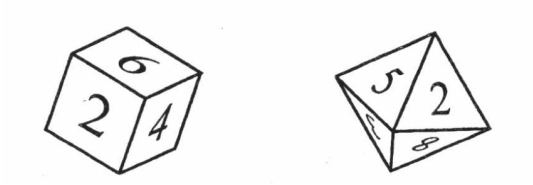
Exame Nacional de 2006 - $2.^{a}$ fase

31. De uma caixa com dez bolas brancas e algumas bolas pretas, extraem-se sucessivamente, e ao acaso, duas bolas, não repondo a primeira bola extraída, antes de retirar a segunda.
Considere os acontecimentos:
A: "a primeira bola extraída é preta";
B: "a segunda bola extraída é branca".
Sabe-se que $P(B|A) = \frac{1}{2}$ ($P(B|A)$ designa probabilidade de B, se A).
Quantas bolas pretas estão inicialmente na caixa? Numa pequena composição, justifique a sua resposta, começando por explicar o significado de $P(B|A)$ no contexto da situação descrita.

Resolução, pg. 42

Exame Nacional de 2006 - $1.^{a}$ fase

32. A Sofia tem dois dados equilibrados.
Um dos dados é um cubo com as faces numeradas de 1 a 6.
O outro dado é um octaedro com as faces numeradas de 1 a 8.



A Sofia lança os dois dados e observa os números saídos (nas faces que ficam voltadas para cima).
Considere os acontecimentos:
C: o produto dos números saídos é 16.
D: os números saídos são iguais.
Sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, indique o valor de $P(C|D)$ e de $P(D|C)$. Numa pequena composição, justifique a sua resposta, começando por explicar o significado das probabilidades pedidas, no contexto da situação descrita.

Resolução, pg. 43

Exame Nacional de 2006 - $1.^{a}$ fase

Resoluções

Resolução da pergunta 1

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 1

Consideremos os acontecimentos:
M: "ser mulher";
B: "praticar badminton".
Do enunciado podemos obter os dados seguintes:
$P(M) = 0{,}65$
$P(B|\overline{M}) = \frac{1}{7}$;
$P(M|B) = \frac{5}{6}$;
$P\left(M \cap \overline{B}\right)$ é a probabilidade pedida.
Notemos que

$$P(\overline{M}) = 1 - P(M) = 1 - 0{,}65 = 0{,}35,$$

$$P\left(B|\overline{M}\right) = \frac{1}{7} \Leftrightarrow \frac{P\left(B \cap \overline{M}\right)}{P\left(\overline{M}\right)} = \frac{1}{7} \Leftrightarrow P\left(B \cap \overline{M}\right) = \frac{1}{7}P\left(\overline{M}\right)$$
$$\Leftrightarrow P\left(B \cap \overline{M}\right) = 0{,}05 \Leftrightarrow P(B) - P(B \cap M) = 0{,}05$$

e

$$P(M|B) = \frac{5}{6} \Leftrightarrow \frac{P(M \cap B)}{P(B)} = \frac{5}{6} \Leftrightarrow P(M \cap B) = \frac{5}{6}P(B).$$

Consequentemente

$$\begin{cases} P(B) - P(B \cap M) = 0{,}05 \\ P(M \cap B) = \frac{5}{6}P(B) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P(B \cap M) = P(B) - 0{,}05 \\ P(B) - 0{,}05 = \frac{5}{6}P(B) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} --- \\ \frac{1}{6}P(B) = 0{,}05 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} P(B \cap M) = 0{,}3 - 0{,}05 \\ P(B) = 0{,}3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P(B \cap M) = 0{,}25 \\ P(B) = 0{,}3. \end{cases}$$

Temos finalmente

$$P\left(M \cap \overline{B}\right) = P(M) - P(M \cap B) = 0{,}65 - 0{,}25 = 0{,}4.$$

A probabilidade de o sócio escolhido ser mulher e praticar ténis é portanto 40%.

Resolução da pergunta 2

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 1

Consideremos os acontecimentos:
M: “ser mulher";
H: “ser homem";
E: “ser estrangeira".
Do enunciado temos:
$P(M) = 0{,}6 \Rightarrow P(H) = 0{,}4$ e $P(H \cap E) = 0{,}15$.
A probabilidade pedida é $P\left(\overline{E}|H\right)$.
Temos portanto:

$$P\left(\overline{E}|H\right) = \frac{P\left(\overline{E} \cap H\right)}{P\left(H\right)} = \frac{P(H) - P(E \cap H)}{P\left(H\right)}$$
$$= \frac{0{,}4 - 0{,}15}{0{,}4} = 0{,}625.$$

Deste modo, **(D)** é a resposta correta.

Resolução da pergunta 3

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 2

Vídeo da resolução:

$$P\left(A|\left(A\cup B\right)\right)=\frac{P\left(A\cap\left(A\cup B\right)\right)}{P\left(A\cup B\right)}=\frac{P(A)+P(A\cup B)-P\left(A\cup\left(A\cup B\right)\right)}{P\left(A\cup B\right)}$$
$$=\frac{P(A)+P(A\cup B)-P\left(A\cup B\right)}{P\left(A\cup B\right)}=\frac{P(A)}{P\left(A\cup B\right)}=\star$$

$$\begin{aligned}&P\left(\overline{A}\cup\overline{B}\right)=0.9\Leftrightarrow P\left(\overline{A\cap B}\right)=0.9\\&\Leftrightarrow 1-P\left(A\cap B\right)=0.9\Leftrightarrow P\left(A\cap B\right)=0.1\\&\Leftrightarrow P(A)+P(B)-P(A\cup B)=0.1\Leftrightarrow P\left(A\cup B\right)=0.3+0.4-0.1\\&\Leftrightarrow P\left(A\cup B\right)=0.6.\end{aligned}$$

$$\star=\frac{0.3}{0.6}=\frac{1}{2}.$$

Resolução da pergunta 4

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 2

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Consideremos, relativamente à experiência de escolha aleatória de um atleta do clube, os acontecimentos:
B: "pratica basquetebol";
F: "pratica futebol".
Dos dados do enunciado podemos concluir que
$P(B) = \frac{1}{5}$, $P(F) = \frac{2}{5}$ e $P\left(\overline{B}|\overline{F}\right) = \frac{3}{4}$.

$$\begin{aligned}
& P\left(\overline{B}|\overline{F}\right) = \frac{3}{4} \\
\Leftrightarrow\ & \frac{P\left(\overline{B} \cap \overline{F}\right)}{P\left(\overline{F}\right)} = \frac{3}{4} \\
\Leftrightarrow\ & P\left(\overline{B \cup F}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{5} \\
\Leftrightarrow\ & 1 - P\left(B \cup F\right) = \frac{9}{20} \\
\Leftrightarrow\ & P\left(B \cup F\right) = \frac{11}{20} \\
\Leftrightarrow\ & P(B) + P(F) - P\left(B \cap F\right) = \frac{11}{20} \\
\Leftrightarrow\ & P\left(B \cap F\right) = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} - \frac{11}{20} \\
\Leftrightarrow\ & P\left(B \cap F\right) = \frac{1}{20}.
\end{aligned}$$

Como $P\left(B \cap F\right) > 0$ então há pelo menos um atleta que pratica as duas modalidades desportivas.

Resolução da pergunta 5

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 2

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Consideremos a experiência aleatória de escolha de um aluno da escola ao acaso e os acontecimentos:
E: "estudar Espanhol";
I: "estudar Inglês".
De acordo com os dados temos:
$P(E) = P(I)$; $P(E \cup I) = 4P(E \cap I)$.
Deste modo, a probabilidade pedida é:

$$P(I|E) = \frac{P(I \cap E)}{P(E)}.$$

Notemos agora que, como a escola não se dedica só ao ensino do Espanhol e do Inglês, $P(E) = P(I)$ não implica necessariamente que $P(E) = 0.5 \wedge P(I) = 0.5$.

$$\begin{aligned} & P(E \cup I) = 4P(E \cap I) \\ \Leftrightarrow\ & P(E) + P(I) - P(E \cap I) = 4P(E \cap I) \\ \Leftrightarrow\ & 2P(E) = 5P(E \cap I) \\ \Leftrightarrow\ & P(E \cap I) = \frac{2}{5}P(E). \end{aligned}$$

Consequentemente,

$$P(I|E) = \frac{\frac{2}{5}P(E)}{P(E)} = 0.4$$

e podemos concluir que a probabilidade pedida é 40%.

Resolução da pergunta 6

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 2

Consideremos os acontecimentos
H: "ser homem"e V: "ter os olhos verdes".
De acordo com os dados do enunciado, $P(V|H) = \frac{1}{4}$ e $P(H \cap V) = \frac{1}{10}$.
Assim temos

$$P(V|H) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{P(V \cap H)}{P(H)} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{10}}{P(H)} = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow P(H) = \frac{4}{10} \Leftrightarrow \frac{\#H}{20} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \#H = 8.$$

Podemos concluir que a opção correta é a **(B)**.

Resolução da pergunta 7

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 3

Neste contexto, $P(B|A)$ representa a probabilidade de o produto dos números das fichas retiradas ser ímpar sabendo que a soma dos números das fichas é ímpar.
A Lei de Laplace garante qua a probabilidade de um acontecimento é igual ao quociente entre o número de casos favoráveis ao acontecimento e o número de casos possíveis quando os resultados das experiencias são finitos e há equiprobabilidade de acontecimentos singulares.
Como qualquer par de fichas tem a mesma probabilidade de ser extraída, podemos utilizar a Lei de Laplace.
Como sabemos que a soma dos números das fichas é 10, o conjunto dos casos possíveis é $\Omega = \{(1,9),(2,8),(3,7),(4,6)\}$.
O conjunto dos casos favoráveis a o produto dos números das fichas retiradas ser ímpar é $\{(1,9),(3,7)\}$, uma vez que $1 \times 9 = 9$ e $3 \times 7 = 21$. Note-se que no par (u,v) temos $u \times v$ par quando u ou v são pares.
Por conseguinte, $P(B|A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Resolução da pergunta 8

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 3

Note-se que $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

Como

$$\begin{aligned} & P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = 0.6 \Leftrightarrow P\left(\overline{A \cup B}\right) = 0.6 \\ \Leftrightarrow\ & 1 - P\left(A \cup B\right) = 0.6 \Leftrightarrow P\left(A \cup B\right) = 0.4 \\ \Leftrightarrow\ & P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.4 \\ \Leftrightarrow\ & 0.2 + 0.3 - P(A \cap B) = 0.4 \Leftrightarrow P(A \cap B) = 0.1 \end{aligned}$$

então

$$P(A|B) = \frac{0.1}{0.3} = \frac{1}{3}.$$

A opção correta é a **(A)**.

Resolução da pergunta 9

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 3

De acordo com os dados do problema, $P\left(\overline{A} \cup \overline{B}\right) = 0.82$ e $P\left(B|A\right) = \frac{1}{3}$. Deste modo,

$$P\left(\overline{A} \cup \overline{B}\right) = 0.82 \Leftrightarrow P\left(\overline{A \cap B}\right) = 0.82$$
$$1 - P\left(A \cap B\right) = 0.82 \Leftrightarrow P\left(A \cap B\right) = 0.18.$$

$$P\left(B|A\right) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{P\left(B \cap A\right)}{P(A)} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{0.18}{P(A)} = \frac{1}{3}$$
$$P(A) = 3 \times 0.18 \Leftrightarrow P(A) = 0.54.$$

Temos portanto que $P(A) = 0.54$.

Resolução da pergunta 10

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 4

Comecemos por notar que

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Como

$$P(A|B) = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{6}P(B)$$
$$\Leftrightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{6} \times \frac{3}{10} \Leftrightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{20}$$

então

$$P(A \cup B) = \frac{2}{5} + \frac{3}{10} - \frac{1}{20} = \frac{13}{20}.$$

Podemos concluir que a opção correta é a **(C)**.

Resolução da pergunta 11

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 4

Vamos resolver esta pergunta desenvolvendo a igualdade inicial até obter uma identidade verdadeira.

$$
\begin{aligned}
& P\left(A \cup \overline{B}\right) - 1 + P(B) = P(A) \times P\left(B|A\right) \\
\Leftrightarrow & P(A) + P\left(\overline{B}\right) - P\left(A \cap \overline{B}\right) - 1 + P(B) = P(A) \times \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \\
\Leftrightarrow & P(A) + 1 - P(B) - \left(P(A) - P\left(A \cap B\right)\right) - 1 + P(B) = P(B \cap A) \\
\Leftrightarrow & 0 = 0.
\end{aligned}
$$

Podemos concluir que a igualdade está provada.

Resolução da pergunta 12

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 4

Pela definição de probabilidade condicionada temos

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Consideremos

$$\Omega = \{1, 2, \ldots, 9\}.$$

Então $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{2, 4, 6, 8\}$. Consequentemente $A \cap B = \{2, 4\}$ e temos

$$P(A|B) = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{4}{9}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

Podemos concluir que a opção correta é a **(B)**.

Resolução da pergunta 13

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 5

Comecemos por definir os acontecimentos:
H: "ser homem"
C: "residir em Coimbra".
Deste modo temos
$P\left(\overline{C}\right) = 0.6 \Rightarrow P(C) = 0.4$;
$P(H) = P\left(\overline{H}\right) \Rightarrow P(H) = 0.5$;
$P\left(\overline{C}|H\right) = 0.3$.
Pretendemos saber $P\left(\overline{H}|C\right)$.
Como

$$\begin{aligned} P\left(\overline{C}|H\right) = 0.3 \Leftrightarrow 1 - P\left(C|H\right) = 0.3 \\ \Leftrightarrow P\left(C|H\right) = 0.7 \Leftrightarrow \frac{P\left(C \cap H\right)}{P(H)} = 0.7 \\ \Leftrightarrow P\left(C \cap H\right) = 0.7 \times 0.5 \Leftrightarrow P\left(C \cap H\right) = 0.35 \end{aligned}$$

então

$$\begin{aligned} P\left(\overline{H}|C\right) = 1 - P\left(H|C\right) = 1 - \frac{P\left(H \cap C\right)}{P(C)} \\ = 1 - \frac{0.35}{0.4} = \frac{1}{8}. \end{aligned}$$

Resolução da pergunta 14

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 5

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 16

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 6

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 15

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 5

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 17

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 6

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 18

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 6

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 19

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 6

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 20

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 6

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 21

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 7

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 22

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 7

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 23

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 8

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 24

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 8

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 25

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 8

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 26

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 8

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 29

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 9

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 28

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 9

Vídeos da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):
(a)

(b)

Resolução da pergunta 27

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 9

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 30

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 10

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 31

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 10

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):

Resolução da pergunta 32

Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 10

Vídeo da resolução (Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!):