



Probabilidades - Exames Nacionais

Perguntas de Exames Nacionais dos últimos 16 anos com resolução e/ou vídeo.

Versão de 31 de dezembro de 2021.

Verifique se existe versão com data mais recente [aqui](#) e aceda a mais fichas [aqui](#).

1. Um saco contém bolas azuis e bolas brancas, indistinguíveis ao tato. Cada bola tem uma única cor e só existem bolas azuis e bolas brancas no saco.

Retiram-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas do saco.

Sejam A e B os acontecimentos:

A : “A primeira bola retirada é azul”

B : “A segunda bola retirada é branca”

Sabe-se que $P(A \cap B) = \frac{1}{3}P(A)$.

Justifique que inicialmente existia um número ímpar de bolas azuis no saco.

Sugestão: comece por designar por a o número de bolas azuis e por b o número de bolas brancas que existiam inicialmente no saco.

[Resolução, pg. 7](#)

Exame Nacional de 2020 - 1.ª fase

2. Uma escola secundária tem apenas turmas de 10.º, 11.º e 12.º anos.

Relativamente aos alunos desta escola, sabe-se que:

- $\frac{3}{5}$ dos alunos do 10.º ano são rapazes;
- $\frac{11}{21}$ dos alunos da escola são rapazes;
- $\frac{1}{7}$ dos alunos da escola são rapazes e frequentam o 10.º ano.

Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola.

Determine a probabilidade de o aluno escolhido ser uma rapariga e não frequentar o 10.º

ano.

Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

Resolução, pg. 8

Exame Nacional de 2019 - 2.^a fase

3. Uma caixa contém bolas de várias cores, indistinguíveis ao tato, umas com um logotipo desenhado e outras não. Das bolas existentes na caixa, dez são amarelas. Dessas dez bolas, três têm o logotipo desenhado.

Retira-se, ao acaso, uma bola da caixa. Sabe-se que a probabilidade de ela não ser amarela ou de não ter um logotipo desenhado é igual a $\frac{15}{16}$.
Determine o número de bolas que a caixa contém.

Resolução, pg. 9

Exame Nacional de 2019 - 1.^a fase

4. Um saco contém n bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a n (com n par e superior a 6).

Retira-se, ao acaso, uma bola do saco.

Sejam A e B os acontecimentos:

A : “o número da bola retirada é menor ou igual a 6”

B : “o número da bola retirada é par”

Escreva o significado de $P(\overline{A} \cup B)$ no contexto da situação descrita e determine uma expressão, em função de n , que dê esta probabilidade.

Apresente a expressão na forma de uma fração.

Resolução, pg. 10

Exame Nacional de 2017 - 2.^a fase

5. Seja Ω , conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subseteq \Omega$ e $B \subseteq \Omega$).

Sabe-se que:

- $P(A) = 0,4$;
- $P(\overline{B}) = 0,7$;
- $P(A \cup B) = 0,5$

Qual é o valor de $P(\overline{A} \cup \overline{B})$?

(A) 0,6

(B) 0,7

(C) 0,8

(D) 0,9

Resolução, pg. 11

Exame Nacional de 2015 - 1.^a fase

6. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$) incompatíveis.

Sabe-se que $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0,3$ e que $P(A) = 0,5$.

Qual é o valor de $P(B)$?

(A) 0,2

(B) 0

(C) 0,5

(D) 0,4

[Resolução, pg. 12](#)

Exame nacional de 2011 - Época Especial

7. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que:

- $P(A) = 30\%$;
- $P(A \cup B) = 70\%$;
- A e B são incompatíveis.

Qual é o valor de $P(B)$?

(A) 21%

(B) 40%

(C) 60%

(D) 61%

[Resolução, pg. 13](#)

Exame nacional de 2010 - 1.ª fase

8. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que:

- $P(A) = 0,4$
- $P(B) = 0,3$
- $P(A \cap B) = 0,3$

Qual é o valor de $P(A \cup B)$?

(A) 0,4

(B) 0,6

(C) 0,7

(D) 0,8

[Resolução, pg. 14](#)

Exame nacional de 2010 - Época Especial

9. Uma caixa contém bolas indistinguíveis ao tato e de duas cores diferentes: azul e roxo. Sabe-se que:

- o número de bolas azuis é 8;
- extraindo-se, ao acaso, uma bola da caixa, a probabilidade de ela ser azul é igual a $\frac{1}{2}$.

Quantas bolas roxas há na caixa?

- (A) 16 (B) 12 (C) 8 (D) 4

[Resolução, pg. 15](#)

Exame nacional de 2010 - 2.^a fase

10. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Mostre que $P(B) + P(\overline{A}) + P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 2P(\overline{A}) + P(A \cup B)$.

(P designa probabilidade e $\overline{A}$ designa acontecimento contrário de A .)

[Resolução, pg. 16](#)

Exame nacional Especial de 2009 - 1.^a fase

11. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Prove que:

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A}) - P(B) + P(A \cup B)$$

(P designa a probabilidade, $\overline{A}$ designa o acontecimento contrário de A e $\overline{B}$ designa o acontecimento contrário de B .)

[Resolução, pg. 17](#)

Exame nacional de 2008 - 2.^a fase

12. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que:

- $P(A \cup B) = 80\%$
- $P(B) = 60\%$
- $P(A \cap B) = 10\%$

Qual é o valor de $P(A)$?

- (A) 10% (B) 20% (C) 30% (D) 40%

[Resolução, pg. 19](#)

Exame nacional de 2008 - 1.^a fase

13. Em duas caixas, A e B , introduziram-se bolas indistinguíveis ao tato:

- na caixa A : algumas bolas verdes e algumas bolas azuis;
- na caixa B : três bolas verdes e quatro azuis.

Retira-se, ao acaso, uma bola da caixa A e coloca-se na caixa B . De seguida, retira-se, também ao acaso, uma bola da caixa B .

Sabendo que a probabilidade de a bola retirada da caixa B ser azul é igual a $\frac{1}{2}$, mostre que a bola que foi retirada da caixa A e colocada na caixa B tinha cor verde.

[Resolução, pg. 18](#)

Exame nacional de 2008 - 1.ª fase

14. Lançaram-se dois dados, ambos com as faces numeradas de um a seis. Sabe-se que a soma dos números saídos foi quatro.

Qual é a probabilidade de ter saído o mesmo número, em ambos os dados?

(A) $\frac{1}{5}$

(B) $\frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{3}$

(D) $\frac{1}{2}$

[Resolução, pg. 20](#)

Exame Nacional de 2007 - 1.ª fase

15. A Sofia tem dois dados equilibrados.

Um dos dados é um cubo com as faces numeradas de 1 a 6.

O outro dado é um octaedro com as faces numeradas de 1 a 8.



A Sofia lança os dois dados e observa os números saídos (nas faces que ficam voltadas para cima).

No âmbito desta experiência, dê um exemplo de dois acontecimentos, A e B , nem impossíveis, nem certos, e tais que $A \neq B$ e $P(A \cap B) = P(A)$.

[Resolução, pg. 23](#)

Exame especial de 2006 - 1.ª fase

16. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que $P(A) = 0,3$.

Apenas um dos acontecimentos seguintes pode ter probabilidade inferior a 0,3.

Qual deles?

(A) $A \cup B$

(B) $\overline{A} \cup B$

(C) $A \cap B$

(D) $\overline{A \cap B}$

Resolução, pg. 22

Exame Nacional de 2006 - 1.^a fase

17. Uma turma de 12.^o ano é constituída por raparigas, umas de 16 anos e as restantes de 17 anos, e por rapazes, uns de 17 anos e os restantes de 18 anos.

Os alunos dessa turma estão numerados consecutivamente, a partir do número 1.

Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa turma e regista-se o número, a idade e o sexo desse aluno.

Em cada uma das opções seguintes estão indicados dois acontecimentos, X e Y associados a esta experiência aleatória.

Opção 1: X : “O aluno escolhido tem idade superior ou igual a 17 anos”

Y : “O aluno escolhido tem 16 ou 17 anos”

Opção 2: X : “O número do aluno escolhido é par”

Y : “O número do aluno escolhido é múltiplo de 4”

Opção 3: X : “O aluno escolhido tem 18 anos”

Y : “O aluno escolhido é rapariga”

Opção 4: X : “O aluno escolhido é rapaz”

Y : “O aluno escolhido tem 17 anos”

Em apenas uma das opções acima apresentadas os acontecimentos X e Y são tais que são verdadeiras as três afirmações seguintes:

$$P(X \cup Y) > P(X), P(X \cup Y) < 1 \text{ e } P(X \cap Y) > 0.$$

Qual é essa opção? Numa pequena composição, explique por que é que rejeita as outras três opções (para cada uma delas, indique, justificando, qual é a afirmação falsa).

Resolução, pg. 21

Exame Nacional de 2006 - 2.^a fase

Resoluções

Resolução da pergunta 1

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 1](#)

Vídeo da resolução: 

$$\begin{aligned}P(A \cap B) &= \frac{1}{3}P(A) \Leftrightarrow \frac{a}{a+b} \times \frac{b}{a+b-1} = \frac{1}{3} \times \frac{a}{a+b} \\&\Leftrightarrow 3b = a + b - 1 \Leftrightarrow a = 2b + 1.\end{aligned}$$

Como b é um número natural então $2b$ é um número par. Consequentemente, $a = 2b + 1$ é um número ímpar.

Resolução da pergunta 2

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 1](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Consideremos os acontecimentos:

R : “o aluno é rapaz”;

F : “o aluno frequenta o 10.º ano”.

De acordo com o enunciado temos:

$$P(R|F) = \frac{3}{5};$$

$$P(R) = \frac{11}{21};$$

$$P(R \cap F) = \frac{1}{7}.$$

Pretendemos calcular $P(\overline{R} \cap \overline{F})$:

$$\begin{aligned} P(\overline{R} \cap \overline{F}) &= P(\overline{R \cup F}) \\ &= 1 - P(R \cup F) \\ &= 1 - (P(R) + P(F) - P(R \cap F)). \end{aligned}$$

Por outro lado,

$$\begin{aligned} P(R|F) &= \frac{3}{5} \\ \Leftrightarrow \frac{P(R \cap F)}{P(F)} &= \frac{3}{5} \\ \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{7}}{P(F)} &= \frac{3}{5} \\ \Leftrightarrow P(F) &= \frac{\frac{1}{7}}{\frac{3}{5}} \\ \Leftrightarrow P(F) &= \frac{5}{21}. \end{aligned}$$

Assim,

$$\begin{aligned} &1 - (P(R) + P(F) - P(R \cap F)) \\ &1 - \left(\frac{11}{21} + \frac{5}{21} - \frac{1}{7} \right) \\ &= \frac{8}{21} \approx 0.38. \end{aligned}$$

A probabilidade pedida é 0.38.

Resolução da pergunta 3

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 2](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Consideremos, relativamente à experiência de escolha aleatória de escolha de uma bola, os acontecimentos:

A : “a bola é amarela”;

L : “a bola ter o logotipo desenhado”.

Dos dados do enunciado podemos concluir que

$P(\overline{A} \cup \overline{L}) = \frac{15}{16}$. Deste modo,

$$\begin{aligned} P(\overline{A} \cup \overline{L}) &= \frac{15}{16} \\ \Leftrightarrow P(\overline{A \cap L}) &= \frac{15}{16} \\ \Leftrightarrow 1 - P(A \cap L) &= \frac{15}{16} \\ \Leftrightarrow P(A \cap L) &= \frac{1}{16}. \end{aligned}$$

Como as bolas são indistinguíveis ao tato e são seleccionadas ao acaso, a Lei de Laplace garante que

$$\begin{aligned} P(A \cap L) &= \frac{1}{16} \\ \Leftrightarrow \frac{\#(A \cap L)}{\#E} &= \frac{1}{16} \\ \Leftrightarrow \frac{3}{\#E} &= \frac{1}{16} \\ \Leftrightarrow \#E &= 48. \end{aligned}$$

Podemos concluir que a caixa contém 48 bolas.

Resolução da pergunta 4

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 2](#)

$P(\overline{A} \cup B)$ representa a probabilidade de o número da bola retirada ser superior a 6 ou ser par. Como há três números pares menores ou iguais a 6 (2, 4 e 6) então

$$P(\overline{A} \cup B) = \frac{n - 6 + 3}{n} = \frac{n - 3}{n}.$$

Resolução da pergunta 5

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 2](#)

$$P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B).$$

Por outro lado,

$$\begin{aligned} P(A \cup B) = 0,5 &\Leftrightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,5 \\ &\Leftrightarrow 0,4 + 0,3 - P(A \cap B) = 0,5 \\ &\Leftrightarrow P(A \cap B) = 0,2. \end{aligned}$$

Deste modo temos $1 - P(A \cap B) = 1 - 0,2 = 0,8$ e podemos concluir que a opção correta é a **(C)**.

Resolução da pergunta 6

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 3](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Resolução da pergunta 7

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 3](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Resolução da pergunta 8

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 3](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Resolução da pergunta 9

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 4](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Resolução da pergunta 10

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 4](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Resolução da pergunta 11

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 4](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Resolução da pergunta 13

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 5](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Resolução da pergunta 12

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 4](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Resolução da pergunta 14

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 5](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Resolução da pergunta 17

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 6](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Resolução da pergunta 16

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 5](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 

Resolução da pergunta 15

[Voltar ao enunciado da pergunta, pg. 5](#)

Vídeo da resolução (**Reservado a inscritos. Inscreva-se neste link!**): 