



Conteúdo: 5 aulas e 26 exercícios em vídeo.

Versão: 10 de janeiro de 2022.

Verifique se existe versão com data mais recente: [aqui](#).

Autor: Rui Paiva (ruipaivac@gmail.com, www.academiaaberta.pt).

Instruções: Vídeo da aula → Exercícios → Confirmar resultados nos vídeos

Nota: Para visualizar a resolução dum exercício deve clicar no ícone .

AULA 1: Definição e gráfico

Sumário/pré-requisitos

Sucessões

- Definição e gráfico de uma sucessão;
- Sucessões definidas por recorrência.

Pré-requisitos:

O estudante deverá ter conhecimentos elementares de funções e de operações numéricas.



Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 1 clique em .

1.1. Considere a seguinte sucessão de termo geral $u_n = \frac{2-n}{3n}$ 

- Determine os quatro primeiros termos da sucessão.
- Indique o domínio da sucessão.
- Determine o termo de ordem 5.
- Verifique que $-\frac{5}{18}$ e $-\frac{10}{33}$ são termos da sucessão.
- Justifique que $\frac{5}{3}$ e $-\frac{1}{2}$ não são termos da sucessão.
- Represente parte do gráfico da sucessão.

1.2. Sabendo que todos os termos seguem a mesma lei de formação escreve o termo geral de cada uma das seguintes sucessões: 

- | | | |
|--|--|---|
| (a) 1, 3, 5, 7, ... | (b) 4, 6, 8, 10, ... | (c) -4, -3, -2, -1, 0, 1, ... |
| (d) 2, 5, 8, 11, ... | (e) 2, $\frac{4}{3}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{8}{7}$, ... | (f) 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, 2, ... |
| (g) $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{9}{7}$, $\frac{16}{9}$, ... | (h) -1, 2, -3, 4, ... | |

1.3. Considere as seguintes sucessões definidas por recorrência 

$$\begin{cases} a_1 = -3 \\ a_{n+1} = a_n + 5 \end{cases} \text{ e } \begin{cases} b_1 = 3 \\ -2b_{n+1} = b_n \end{cases}$$

- (a) Determine os cinco primeiros termos de cada uma delas.
- (b) Escreva os seus termos gerais.

AULA 2: Monotonía

Sumário/pré-requisitos

Sucessões

- Sucessões monótonas.

Pré-requisitos:

O estudante deverá ter conhecimentos de sucessões, de operações numéricas e de operações com polinómios.



Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 2 clique em .

2.1. Estude a monotonía de cada uma das seguintes sucessões:

(a) $a_n = 3n - 2$ 

(b) $b_n = \frac{3n + 1}{n}$ 

(c) $c_n = \frac{2n - 4}{3n + 5}$ 

(d) $d_n = \frac{8n + 1}{2n - 3}$ 

(e) $e_n = (-1)^n - 2n$ 

(f) $f_n = 9 - 8n + n^2$ 

Sumário/pré-requisitos

Sucessões

- Sucessões limitadas.

Pré-requisitos:

O estudante deverá ter conhecimentos de sucessões, de operações numéricas e de operações com polinómios.



Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 3 clique em .

- 3.1. Relativamente a cada um dos seguintes conjuntos indique, caso existam, o conjunto dos majorantes e o conjunto dos minorantes: 

(a) $A =]-2, 6[$ (b) $B = [3, 6[$
(c) $C =]-\infty, 2\pi]$ (d) $D = [4, 7] \cup \{8, 9\}$

3.2. Mostre que cada uma das seguintes sucessões é limitada e determine dois majorantes e dois minorantes do conjunto dos seus termos:

(a) $a_n = 1 + \frac{1}{n}$  (b) $b_n = \frac{n+5}{n}$  (c) $c_n = \frac{2n-4}{3n+5}$ 
(d) $d_n = \frac{4n-5}{4+5n}$  (e) $e_n = (-1)^n \times \frac{1}{n}$  (f) $f_n = (-1)^{1+n} \times \frac{n+1}{n}$ 

3.3 Considera a frvr

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto f(x) = -x^2 + 6x - 5 \end{aligned}$$

- (a) Represente graficamente a função.

(b) Considere a restrição de f ao conjunto \mathbb{N} . O que pode dizer:

 - da monotonia da sucessão?
 - da existência de majorantes e minorantes?
 - da sucessão ser ou não limitada?
 - da existência de termos iguais a zero?

Sumário/pré-requisitos

Sucessões

- Progressões aritméticas;
 - Nota histórica.

Pré-requisitos:

O estudante deverá ter conhecimentos de sucessões, operações numéricas e de operações com polinómios.



Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 4 clique em .

4.1. Escreva os cinco primeiros termos da progressão aritmética em que o primeiro termo é 5 e a razão é: 

4.2. Indique quais das seguintes sucessões são progressões aritméticas. No caso de ser progressão aritmética indique a razão. 

$$a_n = 3n - 6, \quad b_n = -4n - 2, \quad c_n = -2n^2 + 4n \text{ e } \begin{cases} d_1 = -4 \\ d_{n+1} = d_n - 2 \end{cases}$$

4.3. Considere as progressões aritméticas definidas pelos seguintes elementos

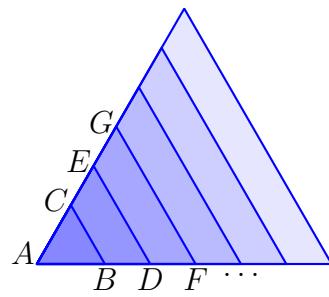
- $$(i) \ a_5 = 4 \text{ e } r = 3 \quad (ii) \ b_1 = -3 \text{ e } b_5 = 21 \quad (iii) \ c_4 = 2 \text{ e } c_{10} = -10$$

(a) Escreva o termo geral de de cada uma delas.

(b) Estude cada uma das sucessões quanto à monotonia. Qual é a relação entre a razão de uma progressão aritmética e a monotonia?

(c) Calcule $a_1 + a_2 + \dots + a_{53}$ e $a_{15} + a_{16} + \dots + a_{53}$.

4.4. Seja $\{P_n\}$ a sucessão cujos termos são os perímetros dos triângulos equiláteros, ilustrados na figura. Sabendo que o lado do triângulo $[ABC]$ é de 3 unidades e que o lado de qualquer um dos outros triângulos excede em 2 unidades o lado da triângulo imediatamente anterior, mostra que a sucessão é uma progressão aritmética, crescente e indica uma expressão analítica do seu termo geral. 



AULA 5: Progressões geométricas

Sumário/pré-requisitos

Sucessões

- Progressões geométricas.

Pré-requisitos:

O estudante deverá ter conhecimentos de sucessões e de operações numéricas.



Se tiver dificuldades em visualizar a Aula 5 clique em

5.1. Prove que cada uma das seguintes sucessões é uma progressão geométrica e determine o seu termo geral:

$$(a) 2, 4, 8, 16, \dots \quad (b) 3, 2, \frac{4}{3}, \frac{8}{9}, \dots \quad (c) 2\sqrt{2}, 4, 4\sqrt{2}, 8, \dots$$

5.2. Considere as sucessões definidas pelos termos gerais:

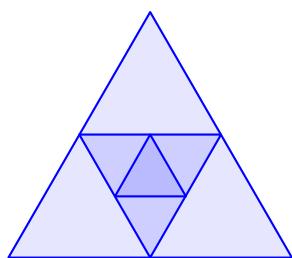
$$a_n = \frac{n+1}{n}, \quad b_n = 3^n, \quad c_n = (0,01)^{3n} \times 5 \text{ e } \begin{cases} d_1 = 4 \\ 2d_{n+1} = d_n \end{cases}$$

- Averigua quais das sucessões são progressões geométricas;
- Determine $S_{20} - S_{10}$ para a sucessão $\{b_n\}$.
- Estude a monotonia de cada uma das progressões geométricas.

5.3. Considere as progressões geométricas definidas pelos seguintes elementos

$$(i) a_3 = 2 \text{ e } r = 4 \quad (ii) b_1 = 2 \text{ e } b_5 = 162 \quad (iii) c_5 = 16 \text{ e } c_8 = 2$$

- (a) Escreva o termo geral de cada uma das sucessões.
- (b) Calcule $c_1 + c_2 + \dots + c_{10}$.
- 5.4. Na figura seguinte, cada triângulo é obtido unindo os pontos médios dos lados do triângulo anterior. A área do triângulo maior é 1. 



- (a) Quais são as áreas dos outros triângulos?
- (b) Se continuássemos o desenho, qual era a área do 8.º triângulo? E a do triângulo de ordem n ?