Associação de Professores de Matemática
Contactos:
Rua Dr. João Couto, n.º 27-A
1500-236 Lisboa
Tel.: +351 21 716 36 90 / 21 711 03 77
Fax: +351 21 716 64 24
http://www.apm.pt
email: geral@apm.pt

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DO ENSINO SECUNDÁRIO DE MATEMÁTICA APLICADA Às CIÊNCIAS SOCIAIS
(CÓDIGO DA PROVA 835) – 2.ª FASE – 21 DE JULHO 2017

1.1.
Número total de votos: 373 + 602 + 318 + 157 = 1450
50% do número total de votos : $\frac{1450}{2} = 725$ votos

Coligações:
- V com Z → 373 + 157 = 530 votos (inferior a 50%)
- X com Z → 602 + 157 = 759 votos (superior a 50%)

Logo a opção correta é a (B)

1.2.
Os quocientes obtidos por aplicação do método de Hondt são os seguintes (com arredondamento às unidades)

Divisores	V	X	Y	Z
1	373	602	318	157
2	187	301	159	79
3	124	201	106	52
4	93	151	80	39
5	75	120	64	31

Os quocientes correspondentes elementos atribuídos encontram-se a sombreado.

Distribuição final:
- Lista V – 3 elementos
- Lista X – 4 elementos
- Lista Y – 2 elementos
- Lista Z – 1 elemento.

Observando a distribuição final é possível constatar que a lista V fica com menos um elemento do que a lista Y pelo que o aluno não tem razão.

2.

	J	C	T
Valor Global (€)	350 + 400+ 201 = 951	400 + 380 + 252 = 1032	304 + 168 + 302 = 774
Valor justo (€)	$\frac{951}{3} = 317$	$\frac{1032}{3} = 344$	$\frac{774}{3} = 258$
Atribuição de bens	Impressora (400€)	Computador (400€)	Máquina Fotográfica (302€)
Excedente	Paga 400 – 317 = 83€	Paga 400 – 344 = 56€	Paga 302 – 258 = 44€

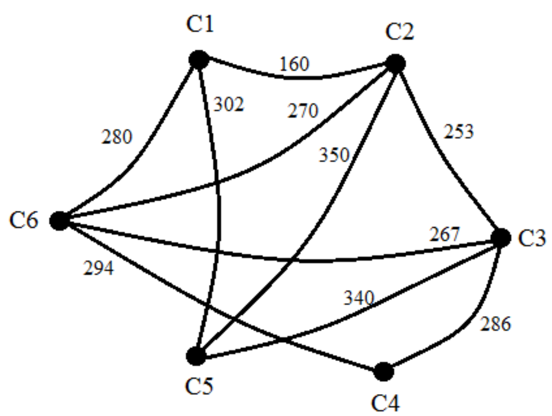
No final sobram 83 + 56 + 44 = 183€

Que terá que ser distribuído em partes iguais por cada um dos projetos: $\frac{183}{3} = 61€$

No final tem-se:

- Jornal da Escola (J) – recebe a impressora e paga 83 – 61 = 22€
- Clube da Ciência (C) – recebe o computador e ainda 61 – 56 = 5€
- Clube de Teatro (T) – recebe a máquina fotográfica e ainda 61 - 44 = 17€

3.
Um grafo que modela a situação poderá ser o seguinte, onde os vértices representam os postos de controlo e as arestas as ligações entre eles com as respetivas distâncias:



Começando pelo posto de controlo C_5 a ordem de visita dos postos de controlo por aplicação do método indicado será:

$$C_5 \rightarrow C_1 \rightarrow C_2 \rightarrow C_3 \rightarrow C_6 \rightarrow C_4$$

E o comprimento do percurso: $302 + 160 + 253 + 267 + 294 = 1276\, m$

4.

O pagamento a ser realizado pela associação de estudantes está associado a uma taxa de juro de 10%, a 360 dias. Como os pagamentos iriam ser feitos de 90 em 90 dias, podemos observar que, para esse período de tempo, a taxa de juro irá ser dada por:

$$\frac{360}{90} = \frac{0{,}10}{x} \Leftrightarrow x = \frac{90 \times 0{,}1}{360} \Leftrightarrow x = 0{,}025 = 2{,}5\%$$

Assim, utilizando a fórmula da prestação dada no enunciado, verificamos que:

$$P_1 = 600 \times [0{,}25 + 0{,}025 \times (1{,}25 - 0{,}25 \times 1)] = 165€$$

$$P_2 = 600 \times [0{,}25 + 0{,}25 \times (1{,}25 - 0{,}25 \times 2)] = 161{,}25€$$

Concluímos que a primeira prestação foi de $165€$ e a segunda prestação foi de $161{,}25€$.

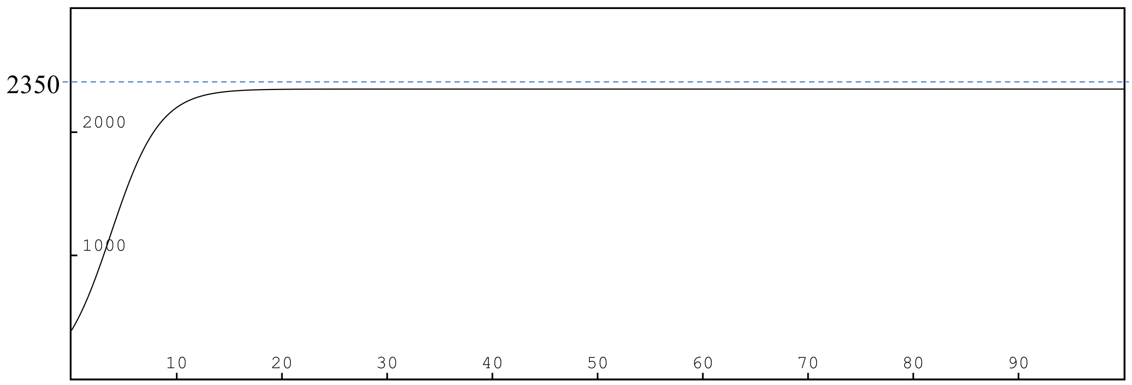
5.

5.1. Depois de inserido o modelo no editor de funções da calculadora pode-se observar a respetiva representação gráfica, com a seguinte janela de visualização:

$x_{max} = 100$ $y_{max} = 3\,000$

$x_{min} = 0$ $y_{min} = 0$

Obtém-se a seguinte representação gráfica



Uma vez que se trata de um modelo logístico, é possível concluir que este nunca ultrapassará o valor de 2350 (capacidade máxima do modelo), como é possível constatar na representação gráfica apresentada.

5.2.

Ano 2000 → t=0

A inauguração ocorre em 2002, logo t=2

$A(2) \approx 754$ (valor obtido a partir da tabela de valores do modelo inserido na calculadora para X=2)

Pretende-se encontrar o valor de t para o qual $A(t) \approx 754 + 950 = 1704$

Para tal, na tabela de valores do modelo procura-se o valor de t para o qual $A(t)$ estará próximo de 1704

X	Y
(…)	(…)
5	1485,066
6	1704,294
7	1885,342
(…)	(…)

→ verifica-se que o valor procurado é atingido em t=6

Podemos concluir que o jornal passou a ter instalações próprias em 2006

6.

6.1. Como podemos observar na resolução de 6.2. teremos

Tempo (em minutos)	Número de alunos
[0,10[	300
[10,20[	144
[20,30[	336
[30,40[	420

Colocando nas listas da calculadora as marcas de classe, 5; 15; 25 e 35 e as respetivas frequências absolutas obtém-se

$$\mu \approx \bar{x} = 22{,}3 \ \ e \ \ \sigma \approx s \approx 11{,}82$$

Sendo então $\mu + \sigma > 30$

Logo, opção (B)

6.2. É possível determinar o número total de alunos inquiridos, considerando que

$$144\ alunos\ \ -------\ \ 12\%$$

$$x\ alunos\ \ -------\ \ 100\%$$

$$x = \frac{144}{0,12} = 1200 \text{ alunos}$$

É também possível concluir que na classe [30,40[terão que estar 100 – 65 = 35% dos alunos
Ou seja $0,35 \times 1200 = 420\ alunos$

Assim na classe de [0,10[terão que estar 1200 – 144 – 336 – 420 = 300 alunos, o que corresponde a uma percentagem de $\frac{300}{1200} \rightarrow 25\%$

Ou seja *a*=25%

7.

7.1. No total, o número de raparigas que foram ao cinema pelo menos três vezes é dado por:

$$n.^{\text{o}}\ de\ raparigas = 106 + 60 + 43 = 209$$

Assim, a percentagem de raparigas pode ser determinada por: $percentagem = \frac{209 \times 100}{350} \approx 59,7\%$

Opção (C)

7.2. Considerando apenas os alunos que foram uma vez ao cinema no ano, a probabilidade de os dois escolhidos serem ambos do mesmo sexo é obtida através da soma da probabilidade de escolher dois rapazes com a probabilidade de escolher duas raparigas. Logo:

$$P(alunos\ com\ o\ mesmo\ sexo) = \frac{46}{63} \times \frac{45}{62} + \frac{17}{63} \times \frac{16}{62} \approx 60\%$$

Sendo que 63 é o número total de alunos que foram ao cinema uma única vez:

46 raparigas +17 rapazes = 63 alunos.

7.3. Utilizando as potencialidades da calculadora gráfica, começamos por introduzir nas listas os seguintes valores para determinar a média e o desvio padrão amostrais:

Lista 1 (Número de idas ao cinema)	Lista 2 (Número de alunos)
0	42
1	63
2	105
3	140
4	85
5	65

$$\bar{x} \approx 2{,}72 \qquad s \approx 1{,}44$$

Assim:

$$n = 500 \quad ; \quad z = 1{,}960$$

$$I.C._{95\%} = \left]2{,}72 - 1{,}960 \times \frac{1{,}44}{\sqrt{500}} ; 2{,}72 + 1{,}960 \times \frac{1{,}44}{\sqrt{500}}\right[=]2{,}6; 2{,}8[$$

8.

8.1. A probabilidade da seta parar num sector a branco é dada por $\frac{5}{8}$, sendo a probabilidade da seta se imobilizar num sector cinzento de $\frac{3}{8}$

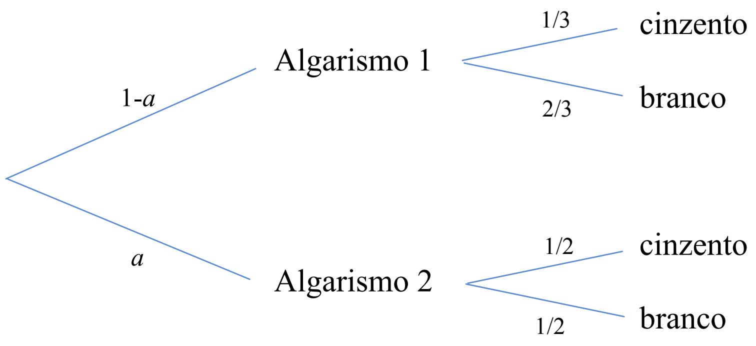
Admitindo que $X = \{0,1,2\}$, constata-se que:

- $P(X = 0) = \frac{5}{8} \times \frac{5}{8} = \frac{25}{64}$
- $P(X = 1) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{8} \times 2 = \frac{30}{64} = \frac{15}{32}$
- $P(X = 2) = \frac{3}{8} \times \frac{3}{8} = \frac{9}{64}$

Logo a tabela de distribuição de probabilidade da variável aleatória X é dada por

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{25}{64}$	$\frac{15}{32}$	$\frac{9}{64}$

8.2. Considerando $a = P(Algarismo\ 2)$, a situação apresentada pode ser traduzida pelo seguinte diagrama



Como $P(cinzento) = \frac{3}{8}$

Vem

$P(cinzento) =$

$P(Algarismo\ 1)\times P(cinzento|Algarismo\ 1) + P(Algarismo\ 2)\times P(cinzento|Algarismo\ 2)$

Ou seja

$$\frac{3}{8} = (1-a)\times\frac{1}{3} + a\times\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{3}{8} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}a + \frac{1}{2}a \Leftrightarrow \frac{1}{3}a - \frac{1}{2}a = -\frac{3}{8} + \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{6}a = \frac{1}{24} \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}$$

Concluindo que

$$P(Algarismo\ 2) = \frac{1}{4} = 25\%$$

FIM