Associação de Professores de Matemática
Contactos:
Rua Dr. João Couto, n.º 27-A
1500-236 Lisboa
Tel.: +351 21 716 36 90 / 21 711 03 77
Fax: +351 21 716 64 24
http://www.apm.pt
email: geral@apm.pt

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DO ENSINO SECUNDÁRIO DE MATEMÁTICA APLICADA Às CIÊNCIAS SOCIAIS (CÓDIGO DA PROVA 835) – 1ª FASE – 23 DE JUNHO 2017

1.1.

Divisor Padrão (DP): $\frac{554+330+286}{26}=\frac{1170}{26}=45$

Quota Padrão da zona SD: $\frac{286}{45}=6,3(5)$

Logo a opção correta é a (A)

1.2.

Comecemos por determinar o divisor padrão tal como descrito no enunciado:

$$Divisor\ Padrão = \frac{1170}{27} \approx 43,33$$

Assim, organizando a informação numa tabela:

Zona Temática	Quota Padrão (QP)	Parte Inteira da QP	Parte Decimal da QP	Total Final de Vales
AQ	$\frac{554}{43,33} \approx 12,79$	12	0,79	12 + 1=13
MT	$\frac{330}{43,33} \approx 7,62$	7	0,62	7 + 1 = 8
SD	$\frac{286}{43,33} \approx 6,60$	6	0,60	6
Total		12 + 7+ 6 =25		13 + 8+ 6 =27

Uma vez que a soma das partes inteiras das quotas padrão totaliza 25, resta distribuir 2 vales pelas zonas cujas quotas padrão tenham as duas partes decimais maiores (uma por cada zona), a saber, a zona AQ e a zona MT

No final:
- A zona QP receberá 13 vales;
- A zona MT receberá 8 vales;
- A zona SD receberá 6 vales.

Assim, observando a nova distribuição, é possível constatar que a zona SD perde um vale em relação à distribuição anterior, apesar do número de vales total ter subido de 26 para 27. Logo, observamos neste caso uma situação paradoxal (apesar do aumento do número de vales, uma das zonas menos visitada perde um vale).

2.

* Comparação entre A e B

A – 309 votos
B – 602 + 727 = 1329 votos

A vencedora desta comparação é a ementa B

Como a ementa A já não poderá ser vencedora, verificam-se de seguida as comparações entre B e C e entre B e D

* Comparação entre B e C

B – 1036 votos
C – 602 votos

A vencedora desta comparação é a ementa B

* Comparação entre B e D

B – 911 votos
D – 727 votos

A vencedora desta comparação é a ementa B

Assim, podemos concluir que a ementa B é a vencedora pois vence em todas as comparações com as restantes.

3.

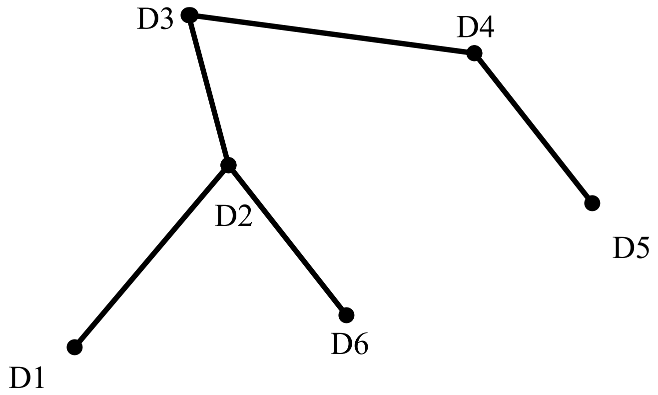
O que se pede nesta questão é uma árvore abrangente mínima.

Como para começar se escolhe ao acaso uma das seis diversões, então, vamos escolher para primeira a D1, e seguindo as regras do algoritmo a ordem de escolha das arestas fica:

D1D2; D2D3; D2D6; D3D4; D4D5

Com comprimento total de $360 + 302 + 308 + 480 + 286 = 1736\ m$

Ficando assim a árvore abrangente mínima:



Resposta: $1736\,m$ é a quantidade mínima de cabo eléctrico que é necessário instalar para que as seis diversões recebam energia eléctrica.

NOTA: Independentemente da diversão escolhida para começar, a árvore abrangente mínima obtida é sempre a mesma, e consequentemente o comprimento total da mesma, ou seja, $1736\,m$ como quantidade mínima de cabo eléctrico a utilizar

4.
3 adultos com idades inferiores a 50 anos – 3 bilhetes gerais;
3 crianças com idades entre os 8 e os10 anos – 3 bilhetes júnior

Vejamos qual a quantia que o Manuel tem de pagar se aderir a cada uma das promoções.

Promoção 1 - compra dois bilhetes Gerais a 25 €, três bilhetes Juniores a 16 € e ainda um terceiro bilhete Geral uma vez que há três adultos no seu grupo. Este bilhete Geral terá de ser pago a 27€, pois já não está incluído na promoção.

$2\times25+3\times16+27=125$

Se o Manuel usar a promoção 1 paga 125€.

Promoção 2 - vai usufruir de um desconto de 15% sobre o preço dos bilhetes tabelados, ou seja, cada adulto paga 27€ e cada Júnior 19€.

$$(3\times27+3\times19)\times0{,}85=117{,}30$$

Se o Manuel usar a promoção 2 paga 117,30€.

Assim, é possível concluir que a promoção 2 é a mais vantajosa para o Manuel.

5.

5.1.

Até às 24h de 11 de junho de 2000→ t=2

$$b(2) = 140 + 602\times\ln(0{,}5\times 2 + 2) \approx 801$$

Até às 24h de 12 de junho de 2000→ t=3

$$b(3) = 140 + 602\times\ln(0{,}5\times 3 + 2) \approx 894$$

Apenas no dia 12 de junho de 2000

$$b(3) - b(2) = 894 - 801 = 93$$

No dia 12 de junho de 2000 foram vendidos 93 bilhetes.

5.2.

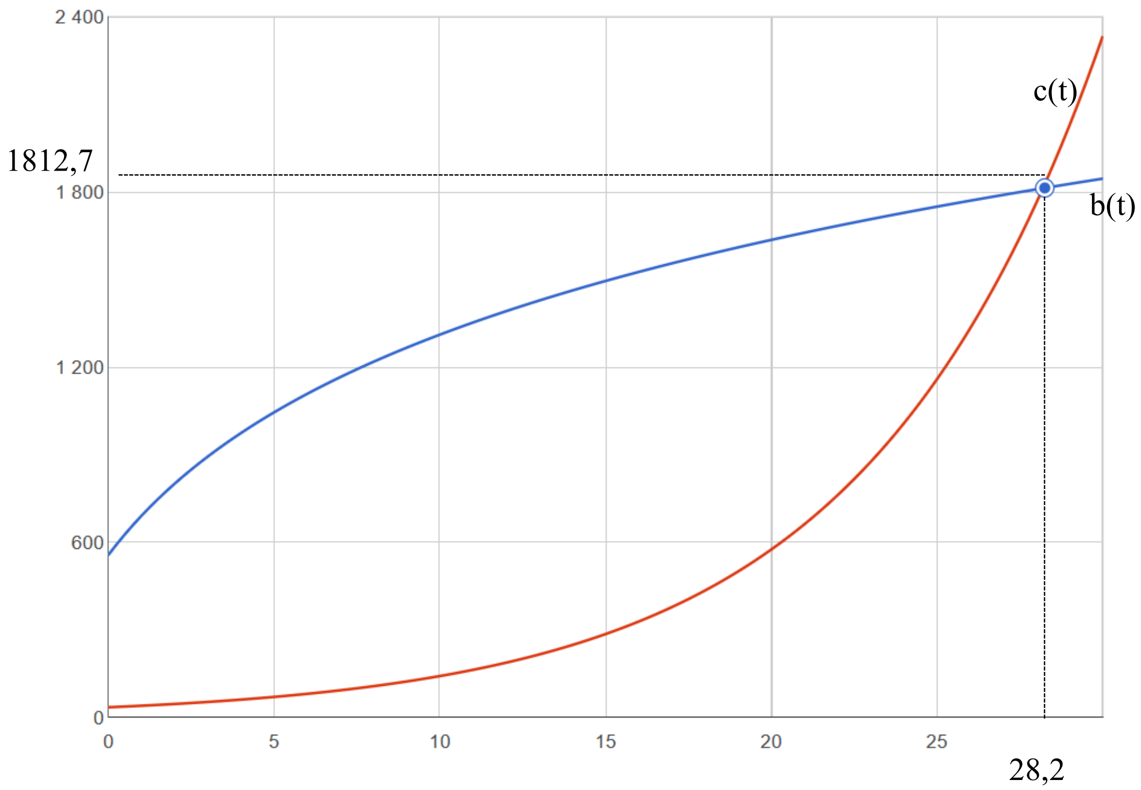
Depois de inseridos os modelos fornecidos no editor de funções da calculadora pretende-se determinar através do gráfico onde se encontra o ponto de interseção dos modelos considerados.

Com a janela de visualização:

$x_{max} = 0$ $y_{max} = 0$

$x_{min} = 30$ $y_{min} = 5\ 000$

Obtém-se a seguinte representação gráfica



O ponto de interseção dos dois gráficos indica-nos o momento a partir do qual c(t) > b(t). Ou seja, o número de bilhetes vendidos na bilheteira *online* do parque é inferior ao número de bilhetes vendidos na bilheteira *online* da *ComPromo* ao fim de 29 dias.

6.

6.1

Colocando os dados apresentados na tabela por ordem crescente, identificamos os dois valores centrais que entram na determinação da mediana como sendo 256 e 264:

184 200 208 224 232 240 **256** **264** 280 280 288 312 328 344

que correspondem à quarta-feira da segunda semana e quinta-feira da segunda semana, respectivamente.

Logo a opção correta é a (C)

6.2.

Média diária do número de utilizadores dessa diversão em 2015

$$\frac{184+224+232+240+280+328+312+208+200+256+264+280+344+288}{14}$$

$$=\frac{3640}{14}=260\ utilizadores$$

Média diária do número de utilizadores dessa diversão em 2016 é 292,5.

Então,

$$260\ utilizadores\ -------\ 100\%$$

$$292{,}5\ utilizadores\ -------\ x$$

$$x=\frac{292{,}5\times 100}{260}=112{,}5\%$$

$$112{,}5\% - 100\% = 12{,}5\%$$

Ou

$292{,}5-260= 32{,}5\ utilizadores$

$\frac{32{,}5}{260}=0{,}125\rightarrow 12{,}5\%$

Resposta: O aumento médio diário foi de 12,5%.

6.3

Se $0{,}0407301$ é a amplitude do intervalo de confiança, então $\frac{0{,}0407301}{2} = 0{,}02036505$ é a margem de erro.

O total de utilizadores dos sábados e domingos é $328 + 312 + 344 + 288 = 1272$

Então $\hat{p} = \frac{1272}{3640} \approx 0{,}35$

Assim vem

$$z \times \sqrt{\frac{0{,}35 \times (1 - 0{,}35)}{3640}} = 0{,}02036505 <=> z \approx 2{,}576$$

O que corresponde a um nível de confiança de 99%

6.4

Para responder vamos recorrer ao último valor da tabela inicial, ou seja, ao domingo da 2ª semana, e aos valores da variação do número de utilizadores apresentados no gráfico:

domingo da 2ª semana: 288 utilizadores;

segunda-feira da 3ª semana: $288 - 45 = 243$ utilizadores;

terça-feira da 3ª semana: $243 + 10 = 253$ utilizadores;

quarta-feira da 3ª semana: $\boldsymbol{x}$ utilizadores

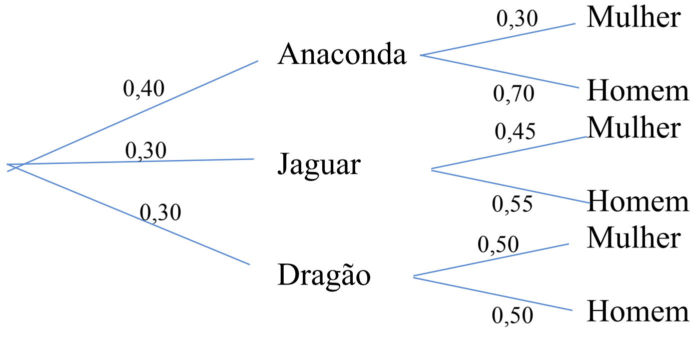
Como o total de utilizadores de segunda, terça e quarta-feira da 3ª semana é 734, então

$$243 + 253 + x = 734 <=> x = 238 \text{ utilizadores}$$

Assim, de terça para quarta baixou de 253 para 238, ou seja, baixou 15 utilizadores

Ou seja, $k = -15$

7. Comecemos por organizar a informação fornecida num diagrama de árvore



7.1.1.

Designe-se por

H – ser homem

A – preferir a montanha-russa Anaconda

Pretende-se $P(H \cap A) = 0{,}4 \times 0{,}7 = 0{,}28$

Logo a opção correta é a (B).

7.1.2.

Se designarmos por

M – ser mulher

J – preferir a montanha-russa Jaguar

Pretende-se calcular $P(J|M)$.

Assim:

$$P(J|M) = \frac{P(J \cap M)}{P(M)} = \frac{0{,}30 \times 0{,}45}{0{,}405} = \frac{1}{3}$$

$$P(M) = 0{,}40 \times 0{,}30 + 0{,}30 \times 0{,}45 + 0{,}30 \times 0{,}50 = 0{,}405$$

7.2.

Seja X a variável aleatória "número de vezes que a Beatriz escolhe andar na Jaguar em três escolhas de voltas na montanha russa". Assim, pretende-se determinar

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$$

$X = 0$ significa que a Beatriz não optou pela montanha-russa Jaguar em nenhuma das 3 vezes. Então

$$P(X = 0) = 0{,}20 \times 0{,}20 \times 0{,}20$$

$X = 1$ significa que a Beatriz optou uma vez pela montanha-russa Jaguar e duas vazes por outra montanha-russa. Ou seja,

$$P(X = 1) = 3 \times 0{,}20 \times 0{,}20 \times 0{,}80$$

$$P(X \leq 1) = 0{,}096 + 0{,}008 = 0{,}104 \rightarrow 10{,}4\%$$

FIM