

**Exame Final Nacional de Matemática B**  
**Prova 735 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2022**

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 27-B/2022, de 23 de março

**Critérios de Classificação**

9 Páginas

**CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO**

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelos documentos curriculares de referência da disciplina. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não alterem o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista (ver nota).
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.

13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.  As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada.  Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto:  – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos;  – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

**Nota** – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

## CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1. ....	<b>20 pontos</b>
Identificar a função objetivo $(L(x, y) = 120x + 80y)$ .....	1 ponto
Identificar as restrições $x + 2y \leq 160$ , $x + y \leq 100$ e $4x + y \leq 280$ .. (3 x 1) .	3 pontos
Identificar as restrições $x \geq 0$ e $y \geq 0$ .....	1 ponto
Representar graficamente a região admissível .....	5 pontos
Representar graficamente as retas de equações $x + 2y = 160$ , $x + y = 100$ e $4x + y = 280$ ..... (3 x 1) .....	3 pontos
Assinalar o polígono .....	2 pontos
Obter as coordenadas dos vértices do polígono, exceto a origem $((0, 80), (40, 60), (60, 40)$ e $(70, 0))$ ..... (4 x 1) .....	4 pontos
Calcular o lucro correspondente a cada um dos vértices do polígono, exceto a origem (ou implementar o método da paralela à reta de nível zero – <b>ver nota</b> ) ..... (4 x 1).....	4 pontos
Apresentar os valores pedidos (60 rolos de tecido TA e 40 rolos de tecido TB) .	2 pontos

**Nota** – No caso de ser implementado o método da paralela à reta de nível zero, se apenas for representada, corretamente, esta reta, a pontuação a atribuir a esta etapa é 1 ponto.

**2.1. .... 16 pontos**

Identificar o valor pedido com  $d(15,3)$  ..... 8 pontos

Calcular  $d(15,3)$  ..... 8 pontos

Esta etapa pode ser cumprida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Substituir  $t$  por 15,3 na expressão analítica de  $d$  ..... 3 pontos

Obter o valor pedido (43,6 m) (**ver nota 1**) ..... 5 pontos

**2.º Processo**

Representar graficamente a função  $d$  (**ver nota 2**) ..... 5 pontos

Obter o valor pedido (43,6 m) ..... 3 pontos

**Notas:**

1. Se for apresentado um valor entre 43 e 44, a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.
2. Se não for representado o referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto. Se não for respeitado o domínio, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

**2.2. .... 20 pontos**

Reconhecer que o problema se traduz pela condição  $d(t) > 154$  (ou equivalente) (**ver nota 1**) ..... 2 pontos

Representar graficamente a função  $d$  (**ver notas 2 e 3**) ..... 5 pontos

Representar graficamente a reta de equação  $y = 154$  (**ver nota 2**) ..... 2 pontos

Assinalar os pontos de intersecção dos gráficos .....(1 + 1)..... 2 pontos

Obter as abcissas desses pontos (12, 4764... e 13, 8951...) ..... (2 + 2) ..... 4 pontos

Calcular a diferença entre essas abcissas ..... 3 pontos

Obter o valor pedido (1 min 25 s) ..... 2 pontos

**Notas:**

1. Se o problema for traduzido por  $d(t) = 154$ ,  $d(t) \geq 154$ ,  $d(t) < 154$  ou  $d(t) \leq 154$ , a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.
2. Se não for representado o referencial, a soma das pontuações a atribuir a estas etapas é desvalorizada em 1 ponto.
3. Se não for respeitado o domínio, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

**2.3. .... 16 pontos**

Identificar 11 com o instante em que decorreram 11 minutos desde o início da prova ..... 4 pontos

Referir que a distância em linha reta da Leonor ao ponto de partida estava a aumentar ..... 5 pontos

Referir que 58,4 corresponde a uma taxa de, aproximadamente, 58,4 metros por minuto (**ver notas 1 e 2**) ..... 7 pontos

**Notas:**

1. Se for referido que 58,4 corresponde a um valor da velocidade da Leonor, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.
2. Se não for referido que 58,4 corresponde a um valor aproximado, a pontuação a atribuir a esta etapa não é desvalorizada.

**Exemplos de resposta:**

- «A Leonor, 11 minutos após o início da sua prova, estava a afastar-se cerca de 58,4 metros por minuto do ponto de partida.»
- «11 minutos após o início da sua prova, a distância da Leonor ao ponto de partida estava a aumentar cerca de 58,4 metros por minuto.»

**3.1. .... 16 pontos**

- Indicar o número de cartas de cada uma das primeiras três filas (29, 26 e 23) ..... 3 pontos
- Reconhecer que  $26 - 29 = 23 - 26$  ..... 4 pontos
- Referir que cada fila, a partir da primeira, tem menos três cartas do que a fila imediatamente anterior ..... 5 pontos
- Indicar a razão da progressão  $(-3)$  ..... 4 pontos

**3.2. .... 16 pontos**

- Reconhecer que os números de cartas nas filas são termos consecutivos de uma progressão aritmética em que o primeiro termo é 2 (**ver nota**) ..... 3 pontos
- Indicar a razão dessa progressão (3) (**ver nota**) ..... 4 pontos
- Escrever uma expressão que permita calcular o termo de ordem 100 (**ver nota**) ..... 3 pontos
- Obter o valor desse termo (299) ..... 1 ponto
- Escrever  $\frac{2 + 299}{2} \times 100$  (ou equivalente) ..... 4 pontos
- Obter o valor pedido (15 050 cartas) ..... 1 ponto

**Nota** – Em alternativa, pode ser considerada uma sequência cujo último termo seja 2 e cujos termos sejam termos consecutivos de uma progressão aritmética de razão  $-3$ , e escrita uma expressão que permita calcular o primeiro termo dessa sequência.

**4.1. .... 16 pontos**

- Obter uma expressão para a medida do outro lado do retângulo, em função de  $x$  ( $6 - x$  ou equivalente) ..... 5 pontos
- Escrever uma expressão para o perímetro do canteiro, em função de  $x$  ( $2x + 2(6 - x)$  ou equivalente) ..... 6 pontos
- Obter o valor pedido (12 m) ..... 5 pontos

4.2. .... 16 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

- Representar graficamente a função  $A$  (**ver nota**) ..... 6 pontos
  - Respeitar o domínio ..... 3 pontos
  - Respeitar a forma do gráfico ..... 3 pontos
- Assinalar o ponto do gráfico cuja ordenada é o valor máximo absoluto da função  $A$  ..... 5 pontos
- Obter a ordenada desse ponto (9) ..... 4 pontos
- Apresentar o valor pedido ( $9 \text{ m}^2$ ) ..... 1 ponto

**Nota** – Se não for representado o referencial, a pontuação a atribuir a esta etapa é desvalorizada em 1 ponto.

**2.º Processo**

- Escrever  $A(x) = 0$  (ou equivalente) ..... 2 pontos
- Obter as soluções da equação (0 e 6) ..... (2 + 2) ..... 4 pontos
- Reconhecer que a concavidade do gráfico de  $A$  é voltada para baixo ..... 2 pontos
- Obter a abcissa do vértice (3) ..... 3 pontos
- Obter a ordenada do vértice (9) ..... 4 pontos
- Apresentar o valor pedido ( $9 \text{ m}^2$ ) ..... 1 ponto

5. .... 16 pontos

- Obter as marcas das classes (0,25; 0,75; 1,25; 1,75; 2,25; 2,75; 3,25) ..... 7 pontos
- Determinar o valor pedido ..... 9 pontos

Esta etapa pode ser cumprida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

- Apresentar uma expressão para o valor da média ..... 7 pontos
- Obter o valor pedido (1,65 kg) ..... 2 pontos

**2.º Processo**

- Identificar as listas introduzidas na calculadora ..... 2 pontos
- Apresentar o valor pedido (1,65 kg) ..... 7 pontos

6. .... 16 pontos

Calcular  $2,4 \div 0,10$  (24) ..... 4 pontos

Obter o valor pedido ..... 12 pontos

Esta etapa pode ser cumprida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Identificar 24 com  $\mu + 2\sigma$  ..... 3 pontos

Reconhecer que  $P(20 \leq X \leq 24) \approx 0,9545$  (sendo  $X$  a variável aleatória «peso de um aluno do 1.º ano tomado ao acaso») ..... 2 pontos

Calcular  $P(X \leq 24)$  (0,97725) ..... 5 pontos

Apresentar o valor pedido (98%) ..... 2 pontos

**2.º Processo**

Determinar, com o auxílio da calculadora, um valor aproximado de  $P(X \leq 24)$  (0,977249...) ..... 10 pontos

Apresentar o valor pedido (98%) ..... 2 pontos

7.1. .... 16 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Considerar a Figura 5 decomposta em quadrados com 20 cm de lado ..... 3 pontos

Reconhecer que existe um quarto de círculo inscrito em cada quadrado ..... 1 ponto

Calcular a área de um desses quartos de círculo ..... 3 pontos

Calcular a área da parte restante do quadrado ..... 4 pontos

Escrever uma expressão que permita calcular a área da região sombreada ..... 3 pontos

Apresentar o valor pedido ( $3600 \text{ cm}^2$ ) ..... 2 pontos

**2.º Processo**

Decompor a Figura 5 em 18 quadrados geometricamente iguais ..... 3 pontos

Reconhecer que existe um quarto de círculo inscrito em cada quadrado ..... 1 ponto

Referir que o número de quadrados com um quarto de círculo sombreado é igual ao número de quadrados com um quarto de círculo não sombreado ..... 3 pontos

Referir que, juntando a parte sombreada de dois quadrados diferentemente sombreados, se obtém um quadrado de lado 20 cm ..... 4 pontos

Concluir que a área da região sombreada é igual à área de 9 quadrados (**ver nota**) ..... 3 pontos

Apresentar o valor pedido ( $3600 \text{ cm}^2$ ) ..... 2 pontos

**Nota** – Em alternativa, pode ser concluído que a área da região sombreada é igual a metade da área total (ou equivalente).

**7.2.** ..... **16 pontos**

- Indicar que as coordenadas do ponto  $P$  são  $(20, 20)$  ..... 2 pontos
- Reconhecer que  $-585^\circ = -360^\circ - 225^\circ$  ou que  $-585^\circ = -720^\circ + 135^\circ$  (ou equivalente) ..... 1 ponto
- Reconhecer que o transformado de  $P$  pela rotação considerada coincide com o transformado de  $P$  pela rotação de centro  $O$  e amplitude  $-225^\circ$  ou  $135^\circ$  ..... 1 ponto
- Reconhecer que o ângulo formado por  $[OP]$  com o semieixo positivo  $Ox$  tem amplitude  $45^\circ$  ..... 4 pontos
- Identificar o sentido da rotação ..... 3 pontos
- Calcular  $\overline{OP}$  ( $\sqrt{800}$ ) ..... 3 pontos
- Apresentar as coordenadas  $(-\sqrt{800}, 0)$  ..... 2 pontos

**8.1.** ..... **16 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

- Decompor o triângulo  $[BOC]$  pela altura  $[OD]$  (sendo  $D$  o ponto médio de  $[BC]$ ) ..... 2 pontos
- Reconhecer que  $D\hat{B}O = 90^\circ - \alpha$  ..... 3 pontos
- Escrever  $\cos(90^\circ - \alpha) = \frac{d}{r}$  (ou equivalente) ..... 5 pontos
- Substituir  $\cos(90^\circ - \alpha)$  por  $\sin \alpha$  ..... 4 pontos
- Obter  $r = \frac{d}{2\sin \alpha}$  ..... 2 pontos

**2.º Processo**

- Decompor o triângulo  $[BOC]$  pela altura  $[OD]$  (sendo  $D$  o ponto médio de  $[BC]$ ) ..... 2 pontos
- Reconhecer que  $D\hat{B}O = 90^\circ - \alpha$  ..... 3 pontos
- Reconhecer que  $D\hat{O}B = \alpha$  ..... 4 pontos
- Escrever  $\sin \alpha = \frac{d}{r}$  (ou equivalente) ..... 5 pontos
- Obter  $r = \frac{d}{2\sin \alpha}$  ..... 2 pontos



8.2. .... 16 pontos

- Reconhecer que a distância total percorrida pelo pássaro é a soma de  $\overline{AB}$  com o comprimento do arco  $BC$  ..... 1 ponto
- Escrever  $10 = \frac{18}{2\text{sen } \alpha}$  ..... 2 pontos
- Obter  $\text{sen } \alpha = 0,9$  ..... 2 pontos
- Obter  $\alpha$  ..... 2 pontos
- Obter  $B\hat{O}C$  ..... 2 pontos
- Escrever uma expressão para o comprimento do arco  $BC$  ..... 3 pontos
- Obter o comprimento do arco  $BC$  ..... 2 pontos
- Obter o valor pedido (34,4 m) ..... 2 pontos

**COTAÇÕES**

As pontuações obtidas nas respostas a estes 9 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.	2.1.	2.2.	3.1.	4.2.	5.	6.	7.1.	8.1.	Subtotal
Cotação (em pontos)	20	16	20	16	16	16	16	16	16	<b>152</b>
Destes 5 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	2.3.	3.2.	4.1.	7.2.	8.2.					Subtotal
Cotação (em pontos)	3 x 16 pontos									<b>48</b>
<b>TOTAL</b>										<b>200</b>