Associação de Professores de Matemática
Contactos:
Rua Dr. João Couto, n.º 27-A
1500-236 Lisboa
Tel.: +351 21 716 36 90 / 21 711 03 77
Fax: +351 21 716 64 24
http://www.apm.pt
email: geral@apm.pt

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DE MATEMÁTICA B DO ENSINO SECUNDÁRIO (CÓDIGO DA PROVA 735) – 1ª FASE – 25 DE JUNHO 2018

Grupo I

1.

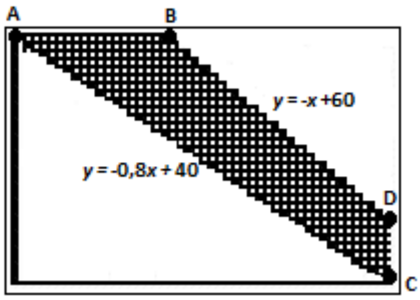
1.1. Analisando o sistema de restrições conclui-se que o valor mínimo investido é 1 800 euros porque $36x + 45y \geq 1800$ e que a área total do terreno é de 60 ha, visto $x + y \leq 60$

1.2. A função objetivo é o lucro obtido com o lucro por cada hectare de vinha da casta touriga, x e com o lucro por cada hectare de vinha da casta franca, y: $L(x,y) = 350x + 200y$.

Introduzir na calculadora as expressões:

- $x + y \leq 60 \Leftrightarrow y \leq -x + 60$
- $36x + 45y \geq 1800 \Leftrightarrow 0{,}8x + y \leq 40$ (dividindo os termos da desigualdade por 45. Na calculadora introduzir a expressão $y \leq -0{,}8x + 40$)

Representação gráfica da região admissível

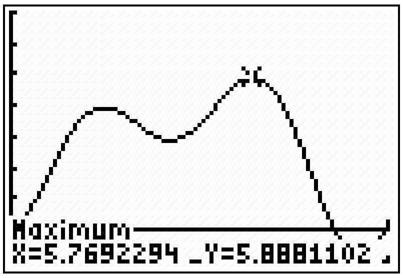


Vértice	x	y	$L(x,y) = 350x + 200y$
A	0	40	8 000
B	20	40	15 000
C	50	0	17 500
D	**50**	**10**	**19 500**

Solução do problema: $x = 50$, $y = 10$

O lucro máximo possível, 19 500€, obtém-se cultivando 50 hectares de vinha da casta touriga nacional e 10 hectares de vinha da casta touriga franca.

2. Começar por introduzir a função na calculadora



Determinar um valor aproximado do máximo da função neste intervalo, aproximadamente 5,888

N = 5,888 − 1 = 4,888

Resposta: N = 4,9 metros.

3. Calcular *P (X < 450)* utilizando a calculadora. *P (X < 450)* ≈ 0,02275

1500 × 0,02275 = 34,125

Resposta: Espera-se que, aproximadamente, 34 embalagens tenham menos de 450 gramas.

Grupo II

1.

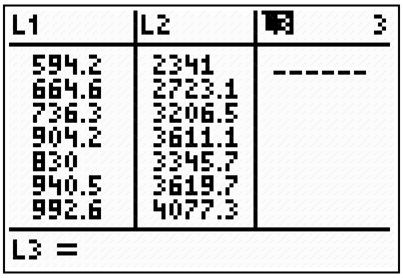
n.º do expositor	1	2	3	4	5	6	7	8
Quantidade de garrafas	1	3	6	10	15	21	28	36

1.1. O oitavo expositor tem 36 garrafas.

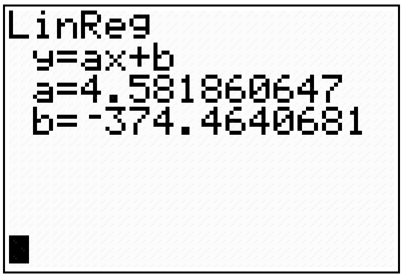
1.2. Numa progressão aritmética é constante a diferença entre quaisquer dois termos consecutivos. $6 - 3 \neq 3 - 1$, logo não é uma progressão aritmética.

Numa progressão geométrica é constante a razão entre quaisquer dois termos consecutivos. $\frac{6}{3} \neq \frac{3}{1}$, logo não é uma progressão geométrica.

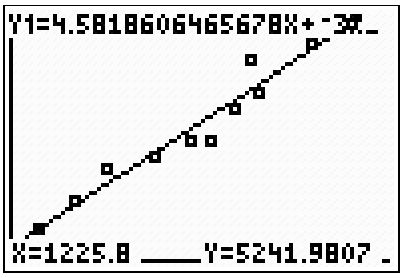
2. Criaram-se duas listas na calculadora, de acordo com os dados fornecidos:



Utilizando na calculadora a função LinReg (regressão linear) determinaram-se os valores *a* e *b*, parâmetros da equação da reta de regressão linear



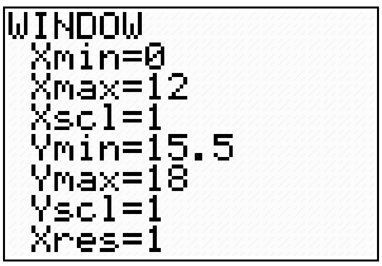
Representou-se a reta de regressão e calculou-se a imagem de 1225,8

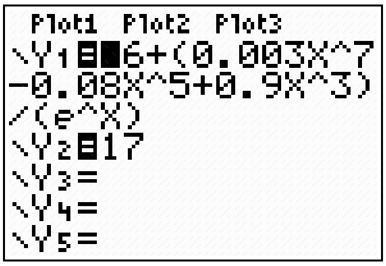


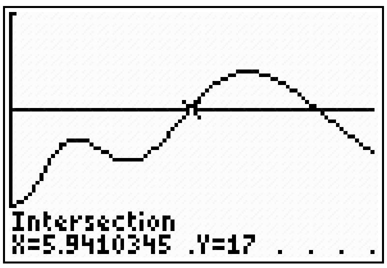
Resposta: O valor estimado para as exportações de produtos alimentares e bebidas em 2015 é de 5242 milhões de euros.

Grupo III

1. Recorrendo à calculadora:



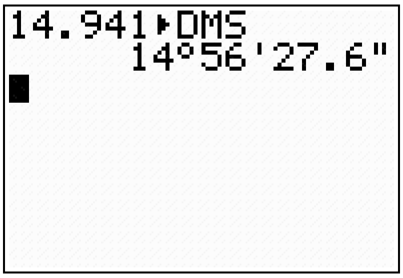




Aproximadamente 5,941 horas após as 9 horas a temperatura na cave atinge os 17º.

9+5,941 = 14,941.

Converter o resultado em horas e minutos recorrendo à calculadora:



Resposta: Aproximadamente às 14 horas e 56 minutos a temperatura na cave atinge pela primeira vez os 17º.

2.

2.1. $T(x) = \dfrac{57}{ax^2+bx+3,3}$, $0 \leq x \leq 12$

$T(0) = \dfrac{57}{a\times 0^2+b\times 0+3,3} = \dfrac{57}{3,3} \approx 17,27$

Resposta: A temperatura na cave no instante em que a avaria foi detetada era de 17,3º.

2.2. $V(1) \approx 0,5$, significa que às 10 horas a temperatura da cave está a aumentar cerca de 0,5º por hora.

2.3. Como o início da recolha da temperatura se dá às 9h,

$16 - 9 = 7$

$22 - 9 = 13$

$$\begin{cases} T(7) = 20 \\ T(13) = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{57}{a\times 7^2+7b+3,3} = 20 \\ \dfrac{57}{a\times 13^2+13b+3,3} = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{57}{49a+7b+3,3} = 20 \\ \dfrac{57}{169a+13b+3,3} = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 57 = 20\times(49a+7b+3,3) \\ 57 = 20\times(169a+13b+3,3) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 57 = 980a + 140b + 66 \\ 57 = 3380a + 260b + 66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9 = 980a + 140b \\ -9 = 3380a + 260b \end{cases}$$

Utilizando a resolução de sistemas na calculadora obtém-se $\begin{cases} a = \dfrac{9}{1820} \\ b = -\dfrac{9}{91} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \approx 0,0049 \\ b \approx -0,0989 \end{cases}$

Arredondando às milésimas, $a \approx 0,005$ e $b \approx -0,1$

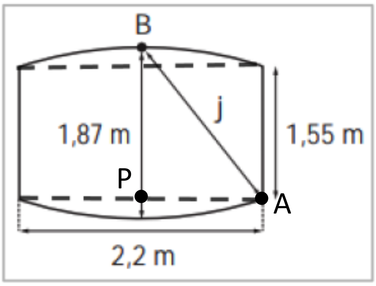
Resposta: $a \approx 0,005$ e $b \approx -0,1$.

Grupo IV

1.

1.1.

Determinemos o valor de j. Para isso, vamos aplicar o teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo [ABP]. Temos que $\overline{AP}=\frac{2,2}{2}=1,1\,\text{m}$ e $\overline{BP}=1,87-\frac{1,87-1,55}{2}=1,71\,\text{m}$.



Logo $j^2=1,1^2+1,71^2 \Leftrightarrow j^2=4,1341$, pelo que

$j=\sqrt{4,1341}\approx 2,03\,\text{m}$

Assim, a capacidade do barril é dada por $C=2,03^3\times 605\approx 5061,08$ litros. Logo, como $5061,08>5000$, é possível armazenar 5000 litros de vinho no barril.

1.2.

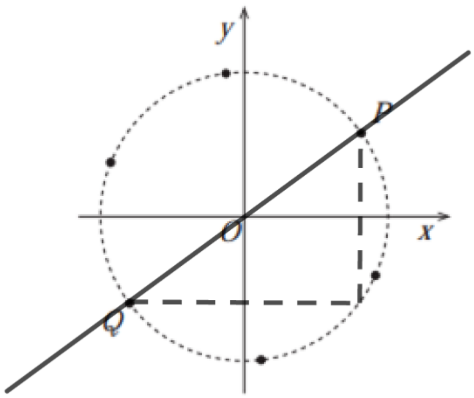
Como Q é simétrico do ponto P relativamente à origem, o ponto Q tem coordenadas $Q(-0,620;-0,465)$.

A reta PQ passa na origem do referencial, pelo que a ordenada na origem é 0.

Determinemos o declive da reta PQ:

$$m=\frac{y_P-y_Q}{x_P-x_Q}=\frac{0,465+0,465}{0,620+0,620}=0,75$$

Logo a equação reduzida da reta PQ é $y=0,75x$.



2.

2.1.

A função f tem dois zeros: 0 e $-\frac{b}{a}$.

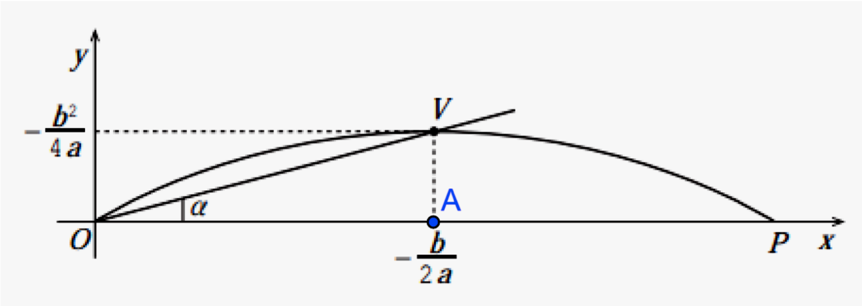
A abcissa do vértice da parábola é, assim, metade de $-\frac{b}{a}$, ou seja, $-\frac{b}{2a}$.

A ordenada do vértice da parábola é

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right)=a\times\left(-\frac{b}{2a}\right)^2+b\times\left(-\frac{b}{2a}\right)=\frac{b^2}{4a}-\frac{b^2}{2a}=\frac{b^2}{4a}-\frac{2b^2}{4a}=-\frac{b^2}{4a}$$

O vértice da parábola tem, então, coordenadas $\left(-\frac{b}{2a},-\frac{b^2}{4a}\right)$.

2.2.



O triângulo [OAV] é retângulo em A. Assim,

$$tg\left(\alpha\right)=\frac{-\frac{b^2}{4a}}{-\frac{b}{2a}}=\frac{b}{2}$$

Como $\alpha = 0,3^{\circ}$, vem que

$$tg\left(0,3^{\circ}\right)=\frac{b}{2}\Leftrightarrow b=2tg\left(0,3^{\circ}\right);\ 0,01$$

FIM