



EXAME FINAL NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

Prova Escrita de Matemática B

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Prova 735/2.ª Fase

Critérios de Classificação

13 Páginas

2015

VERSÃO DE TRABALHO

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração.

É classificada com zero pontos qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho.

A classificação das respostas aos itens com cotação igual ou superior a 20 pontos e que envolvam a produção de um texto tem em conta a clareza, a organização dos conteúdos e a utilização do vocabulário específico da Matemática.

As respostas que não apresentem exatamente os mesmos processos de resolução, termos ou expressões constantes dos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de resposta restrita que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.

Situação	Classificação
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não alterem o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação.

Situação	Classificação
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos, no máximo, dois pontos à soma das pontuações atribuídas.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto: – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade onde, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

Nota – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

GRUPO I

1.1.	15 pontos	
Identificar $G(11)$ com o número de gafanhotos existentes onze semanas após o dia em que o enxame foi localizado	2 pontos	
Obter $G(11)$	3 pontos	
Identificar $G(2)$ com o número de gafanhotos existentes duas semanas após o dia em que o enxame foi localizado	2 pontos	
Obter $G(2)$	3 pontos	
Obter $G(11) - G(2)$ (ou $G(2) - G(11)$)	4 pontos	
Concluir o pretendido	1 ponto	
1.2.	20 pontos	
Reconhecer que o problema se pode traduzir pela condição $G(x) > 6$	1 ponto	
Representar graficamente a função G	5 pontos	
Respeitar a forma do gráfico	3 pontos	
Utilizar um intervalo $I \subset \mathbb{R}_0^+$ relevante para a resolução do problema	2 pontos	
Representar graficamente a reta de equação $y = 6$	2 pontos	
Assinalar os pontos de intersecção da reta de equação $y = 6$ com o gráfico de G	2 pontos	
Obter as abcissas desses pontos de intersecção (2,785... e 6,727...)	(2 + 2)	4 pontos
Calcular a diferença entre essas abcissas (3,942...)	3 pontos	
Converter semanas em dias (27,594...)	2 pontos	
Apresentar o valor pedido (28 dias)	1 ponto	
2.1.	10 pontos	
Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.		
1.º Processo		
Referir que a reta de equação $y = 12$ é assíntota horizontal do gráfico de A ...	3 pontos	
Referir que a função A é estritamente crescente (ou referir que é uma função logística)	2 pontos	
Referir que a área da zona agrícola afetada não ultrapassará 1200 km^2 (ver nota)	3 pontos	
Concluir que a área da zona agrícola afetada não poderá atingir 1400 km^2	2 pontos	

Nota – Se for referido 12 km^2 , em vez de 1200 km^2 , a pontuação a atribuir a esta etapa deverá ser 2 pontos.

2.º Processo

- Reconhecer que $e^{-0,5x} > 0$ 2 pontos
- Referir que $1 + 9,5 e^{-0,5x} > 1$ 3 pontos
- Referir que $A(x) < 12$ 3 pontos
- Concluir que a área da zona agrícola afetada não poderá atingir 1400 km^2 2 pontos

3.º Processo

- Reconhecer que 1400 corresponde a 14 centenas 1 ponto
- Escrever a equação $A(x) = 14$ 2 pontos
- Resolver a equação anterior 6 pontos
- Obter $1 + 9,5 e^{-0,5x} = \frac{12}{14}$ (ou equivalente) 1 ponto
- Obter $e^{-0,5x} = -\frac{2}{133}$ 3 pontos
- Reconhecer que a equação é impossível 2 pontos
- Concluir que a área da zona agrícola afetada não poderá atingir 1400 km^2 1 ponto

2.2. **10 pontos**

Tópicos de resposta:

- referir que 6 corresponde a seis semanas após as zero horas do dia em que o enxame de gafanhotos foi localizado (**ver nota**);
- referir que a área da zona agrícola afetada pelo enxame estava a aumentar;
- referir que 1,3 é um valor aproximado correspondente à taxa de 130 km^2 por semana (ou equivalente).

Níveis	Descritores do nível de desempenho	Pontuação
3	Na resposta, são apresentados corretamente os três tópicos.	10
2	Na resposta, apenas são apresentados corretamente dois dos três tópicos.	7
1	Na resposta, apenas é apresentado corretamente um dos três tópicos.	4

Nota – Se for referido apenas «seis semanas após o dia em que o enxame de gafanhotos foi localizado», este tópico deve ser considerado como apresentado corretamente.

Exemplo de resposta:

Seis semanas após as zero horas do dia em que o enxame de gafanhotos foi localizado, a área da zona agrícola afetada pelo enxame de gafanhotos estava a aumentar à taxa de cerca de 1,3 centenas de km^2 por semana.

GRUPO II

1. 10 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Reconhecer que os dois cones são semelhantes	1 ponto
Reconhecer que a altura do cone de raio 15 é dada por $h + 11,2$	1 ponto
Estabelecer a proporção $\frac{h + 11,2}{h} = \frac{15}{6,6}$ (ou equivalente)	3 pontos
Determinar h	5 pontos
Obter $6,6h + 73,92 = 15h$	2 pontos
Obter $8,4h = 73,92$	2 pontos
Concluir que $h = 8,8$	1 ponto

2.º Processo

Reconhecer que os dois cones são semelhantes	1 ponto
Calcular a razão de semelhança entre os dois cones	2 pontos
Reconhecer que a altura do cone de raio 15 é dada por $h + 11,2$	1 ponto
Escrever $h + 11,2 = h \times \frac{15}{6,6}$ (ou equivalente)	3 pontos
Obter $8,4h = 73,92$	2 pontos
Concluir que $h = 8,8$	1 ponto

2. 15 pontos

Calcular a área lateral do cone de raio 6,6 10 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, três processos.

1.º Processo

Aplicar o teorema de Pitágoras	4 pontos
Obter a geratriz do cone	3 pontos
Obter a área lateral do cone	3 pontos

2.º Processo

Calcular a geratriz do cone de raio 15	3 pontos
Calcular a razão de semelhança entre os dois cones	2 pontos
Calcular a geratriz do cone de raio 6,6	2 pontos
Obter a área lateral do cone	3 pontos

3.º Processo

Calcular a altura do cone de raio 15	1 ponto
Calcular a razão de semelhança entre os dois cones	2 pontos

Calcular a razão entre as áreas laterais dos dois cones	3 pontos
Obter a área lateral do cone	4 pontos
Calcular a diferença das áreas laterais dos dois cones	3 pontos
Apresentar o valor pedido (950 m^2)	2 pontos

3.1. 10 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Referir que a diferença entre dois termos consecutivos de uma progressão aritmética é constante	1 ponto
Calcular o valor exato do perímetro da menor circunferência ($13,8 \pi$)	2 pontos
Obter o raio da circunferência imediatamente seguinte ($7,2$)	1 ponto
Calcular o valor exato do perímetro dessa circunferência ($14,4 \pi$)	2 pontos
Escrever a subtração entre os dois valores obtidos	3 pontos
Obter $0,6 \pi$	1 ponto

2.º Processo

Reconhecer que os raios das circunferências, da menor para a maior, são termos consecutivos de uma progressão aritmética de razão $0,3$	1 ponto
Escrever o termo geral dessa progressão ($6,9 + (n - 1) \times 0,3$ ou equivalente)	3 pontos
Determinar uma expressão que permita calcular o perímetro exato da circunferência de ordem n	5 pontos
Escrever $2\pi(6,9 + (n - 1) \times 0,3)$ (ou equivalente)	2 pontos
Obter $0,6\pi n + 13,2\pi$	3 pontos
Concluir que a razão é $0,6 \pi$	1 ponto

3.2. 15 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Calcular o perímetro, P_1 , da menor circunferência ($13,8\pi$ ou $43,3539\dots$).. 2 pontos

Determinar uma expressão de (P_n) , em que P_n é o perímetro da circunferência de ordem n ($13,8\pi + (n - 1) \times 0,6\pi$ ou equivalente) 5 pontos

Calcular P_{27} ($29,4\pi$ ou $92,3628\dots$) 3 pontos

Calcular a soma dos perímetros das 27 circunferências 4 pontos

Escrever uma expressão correspondente a $\frac{P_1 + P_{27}}{2} \times 27$ 2 pontos

Obter o valor da expressão anterior ($583,2\pi$ ou $1832,1768\dots$) 2 pontos

Apresentar o valor pedido (1832 m) 1 ponto

2.º Processo

Calcular o perímetro, P_1 , da menor circunferência ($13,8\pi$ ou $43,3539\dots$).... 2 pontos

Calcular $P_2, P_3, P_4, \dots, P_{27}$ (**ver nota**) 8 pontos

Escrever $P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \dots + P_{27}$ 1 ponto

Obter o valor da expressão anterior ($583,2\pi$ ou $1832,1768\dots$) 3 pontos

Apresentar o valor pedido (1832 m) 1 ponto

Nota – Deverão ser atribuídos 1 ponto pelo cálculo correto de P_2 , 1 ponto pelo cálculo correto de P_{27} e 1 ponto pelo cálculo correto de cada conjunto de quatro valores relativos a P_3, \dots, P_{26}

4. 5 pontos

Níveis	Descritores do nível de desempenho	Pontuação
2	Na resposta, são identificadas as coordenadas $(0, 0, -20)$	5
1	Na resposta, apenas são identificadas corretamente a abscissa e a ordenada pedidas. OU Na resposta, apenas é identificada corretamente a cota pedida.	2

GRUPO III

1. 10 pontos

Escrever \overline{AD} em função de \overline{AB} 2 pontos

Obter \overline{DC} (8) 1 ponto

Escrever $\overline{AD} = \overline{AB} - 8$ 1 ponto

Escrever $\cos 55^\circ = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$ (ou equivalente) 3 pontos

Substituir, na expressão anterior, \overline{AD} por $\overline{AB} - 8$ 1 ponto

Obter $\overline{AB} = \frac{8}{1 - \cos 55^\circ}$ (ou equivalente) 2 pontos

Obter o valor pedido (18,8 dm) 2 pontos

2. 20 pontos

Tópicos de resposta:

- identificar, justificando, o valor de a na expressão analítica da função H
- interpretar, no contexto descrito, o significado da igualdade $H(t + 3,2) = H(t)$, com $t \in [0; 14,8]$
- interpretar, no contexto descrito, o significado do valor -12 na expressão analítica da função S

Níveis	Descritores do nível de desempenho	Pontuação
6	Na resposta, são apresentados os três tópicos, de forma clara e organizada e com vocabulário específico adequado.	20
5	Na resposta, são apresentados os três tópicos, com falhas na organização dos conteúdos ou na utilização do vocabulário específico.	17
4	Na resposta, apenas são apresentados dois tópicos, de forma clara e organizada e com vocabulário específico adequado.	14
3	Na resposta, apenas são apresentados dois tópicos, com falhas na organização dos conteúdos ou na utilização do vocabulário específico.	11
2	Na resposta, apenas é apresentado um tópico, de forma clara e organizada e com vocabulário específico adequado.	8
1	Na resposta, apenas é apresentado um tópico, com falhas na organização dos conteúdos ou na utilização do vocabulário específico.	5

Exemplo de resposta:

A diferença entre o máximo e o mínimo da função H é $2a$; logo, $a = 4$, porque $\frac{13 - 5}{2} = 4$

A igualdade $H(t + 3,2) = H(t)$ significa que, de 3,2 em 3,2 segundos, o baloiço da Helena estava à mesma distância do chão, desde o instante em que se iniciou o movimento até ao instante em que tinham passado 14,8 segundos após o início do movimento.

O valor -12 , na expressão analítica da função S , significa que o Samuel começou a andar de baloiço 12 segundos depois de a Helena ter começado.

GRUPO IV

1. **30 pontos**
- Identificar a função objetivo ($L = 1500x + 3000y$ ou $L = 1,5x + 3y$) 1 ponto
- Identificar as restrições (**ver nota 1**) 11 pontos
- $x + y \leq 100$ (**ver notas 2 e 3**) 3 pontos
- $2000x + 1000y \leq 150\,000$ (**ver notas 2 e 3**) 3 pontos
- $3000x + 1000y \leq 205\,000$ (**ver notas 2 e 3**) 3 pontos
- $x \geq 20$ 1 ponto
- $y \geq 10$ 1 ponto
- Representar graficamente a região admissível 7 pontos
- Representar graficamente a reta de equação $x + y = 100$ 1 ponto
- Representar graficamente a reta de equação $2x + y = 150$ 1 ponto
- Representar graficamente a reta de equação $3x + y = 205$ 1 ponto
- Representar graficamente a reta de equação $x = 20$ 1 ponto
- Representar graficamente a reta de equação $y = 10$ 1 ponto
- Assinalar o polígono 2 pontos
- Calcular o valor de x e o valor de y correspondentes à solução do problema 11 pontos
- Obter as coordenadas dos vértices que pertencem à reta de equação $x = 20$ ou à reta de equação $y = 10$ (1 + 1 + 1) 3 pontos
- Obter as coordenadas dos vértices que não pertencem às retas paralelas aos eixos coordenados (2 + 2) 4 pontos
- Calcular o valor da função objetivo em cada um dos vértices da região admissível (ou aplicar o método da paralela à reta de nível zero) (**ver notas 4 e 5**) 3 pontos
- Identificar os valores pedidos (20 hectares para o cultivo de trigo e 80 hectares para o cultivo de vinha) 1 ponto

Notas:

1. Se, em alguma das condições, for utilizado incorretamente apenas o símbolo «<», em vez do símbolo «≤», ou o símbolo «>», em vez do símbolo «≥», a pontuação a atribuir a esta etapa deverá ser desvalorizada em 1 ponto, no total.
2. Se, na condição, for utilizado incorretamente apenas o símbolo «=», em vez do símbolo «≤», a pontuação a atribuir a este passo deverá ser desvalorizada em 1 ponto.
3. Se, na condição, for utilizado incorretamente apenas o símbolo «≥», em vez do símbolo «≤», a pontuação a atribuir a este passo deverá ser desvalorizada em 2 pontos.
4. Deverão ser atribuídos 1 ponto ao cálculo do valor da função objetivo em cada um dos vértices não contidos nas retas de equação $x = 20$ ou $y = 10$ e 1 ponto ao cálculo dos valores da função objetivo no conjunto dos restantes vértices.
5. No caso de ser aplicado o método da paralela à reta de nível zero e se apenas for representada, corretamente, esta reta, a pontuação a atribuir a este passo deverá ser 2 pontos.

2.1. **15 pontos**

- Identificar os dias do mês que correspondem aos casos possíveis (dias em que choveu na véspera: 2, 3, 4, 5, 6, 8, 11, 12, 14 e 15) (**ver notas 1 e 2**) 5 pontos
- Identificar os dias do mês que correspondem aos casos favoráveis (dias em que choveu e em que também choveu na véspera: 2, 3, 4, 5, 11 e 14) (**ver nota 3**) (1 × 6) 6 pontos
- Reconhecer que os casos possíveis são 10 1 ponto
- Reconhecer que os casos favoráveis são 6 1 ponto
- Apresentar a probabilidade pedida ($\frac{6}{10}$ ou equivalente) 2 pontos

Notas:

1. Deverá ser atribuído 1 ponto por cada conjunto de dois dias corretos.
2. Em alternativa, poderão ser identificados como casos possíveis os dias em que choveu: 1, 2, 3, 4, 5, 7, 10, 11, 13 e 14.
3. No caso de terem sido identificados como casos possíveis os dias referidos na nota 2, podem ser identificados como casos favoráveis os dias referidos nesta etapa ou, em alternativa, os dias em que choveu e em que também choveu no dia seguinte: 1, 2, 3, 4, 10 e 13.

2.2. **15 pontos**

- Reconhecer que, na ordenação dos valores de precipitação total anual dos quatro anos do período 2010-2013, os valores correspondentes a 2010 e a 2011 ocupam as posições centrais 2 pontos
- Reconhecer que a mediana é dada por $\frac{a+b}{2}$, em que $a + b$ é a soma dos valores de precipitação total anual de 2010 e de 2011 2 pontos
- Escrever $\frac{a+b}{2} = 1314,350$ 1 ponto
- Obter $a + b = 2628,7$ 1 ponto
- Escrever $\frac{a+b+c+d}{4} = 1270,125$, em que $c + d$ é a soma dos valores de precipitação total anual de 2012 e de 2013 3 pontos
- Substituir, na expressão anterior, $a + b$ por 2628,7 2 pontos
- Obter $c + d = 2451,8$ 2 pontos
- Apresentar a média pedida (1225,9 mm) 2 pontos

COTAÇÕES

GRUPO I

1.		
1.1.	15 pontos
1.2.	20 pontos
2.		
2.1.	10 pontos
2.2.	10 pontos
		<hr/>
		55 pontos

GRUPO II

1.	10 pontos
2.	15 pontos
3.		
3.1.	10 pontos
3.2.	15 pontos
4.	5 pontos
		<hr/>
		55 pontos

GRUPO III

1.	10 pontos
2.	20 pontos
		<hr/>
		30 pontos

GRUPO IV

1.	30 pontos
2.		
2.1.	15 pontos
2.2.	15 pontos
		<hr/>
		60 pontos

TOTAL **200 pontos**