

**PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DE MATEMÁTICA B  
DO ENSINO SECUNDÁRIO  
(CÓDIGO DA PROVA 735) – 2ª FASE – 21 DE JULHO 2014**

**GRUPO I**

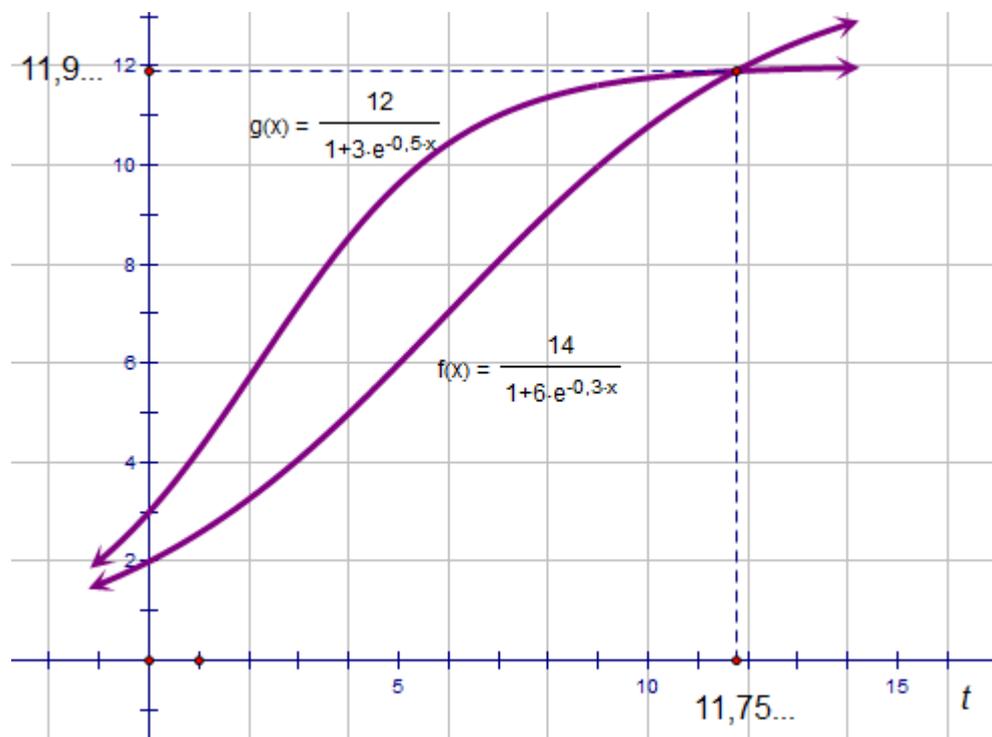
1. O período de pré-venda é o que decorre até ao lançamento, logo termina para  $t = 0$ .

$$f(0) = \frac{14}{1 + 6 \times e^0} = \frac{14}{7} = 2$$

$$g(0) = \frac{12}{1 + 3 \times e^0} = \frac{12}{4} = 3$$

O álbum mais vendido foi o *álbum G*, que vendeu 3 mil exemplares, enquanto o *álbum F* só vendeu 2 mil.

- 2.



Decorreram cerca de 12 meses até que o número de exemplares vendidos do *álbum F* excedeu o número de exemplares do *álbum G*.

3. Não, nenhum dos grupos será galardoado com o disco de platina, porque o número de álbuns vendidos tem um crescimento assintótico, em ambos os casos, para valores inferiores a 15. Ou seja, o gráfico do número de álbuns vendidos aproxima-se de uma determinada reta à medida que o número de álbuns vendidos cresce. O gráfico do número de exemplares

vendidos do *álbum F* aproxima-se tanto quanto se quiser de  $y = 14$  e o gráfico do número de exemplares vendidos do *álbum F* aproxima-se de  $y = 12$ .  
Assim, o número de exemplares do *álbum F* tende para 14 mil e o número de exemplares do *álbum G* tende para 12 mil.

## GRUPO II

- 1.1. De acordo com os dados do problema, em cada dia a profundidade acrescentada ao poço, em metros, foi 95% da profundidade acrescentada no dia anterior, isto é:  $p_{n+1} = 0,95 \times p_n$   
Logo,  $(p_n)$  é uma progressão geométrica de primeiro termo 30 e razão 0,95.  
Então  $p_{10} = 30 \times 0,95^9 = 18,907...$   
No 10º dia foram acrescentados 18,9 metros à profundidade do poço.

- 1.2. A profundidade atingida no dia  $n$  é a soma dos  $n$  primeiros termos da progressão geométrica, isto é:

$$S_n = 30 \times \frac{1 - 0,95^n}{1 - 0,95}$$

$$S_n = \frac{30 \times (1 - 0,95^n)}{0,05}$$

$$S_n = 600 (1 - 0,95^n)$$

Então, para que esta ultrapasse 575 metros

$$600 (1 - 0,95^n) > 575$$

Esta inequação pode resolver-se com recurso à calculadora gráfica, introduzindo as funções  $Y_1 = 600 (1 - 0,95^n)$  e  $Y_2 = 575$ , e calculando a abcissa do ponto de interseção dos dois gráficos:  $X = 61,958 ...$

Para que a profundidade do poço ultrapasse 575 metros são necessários 62 dias de trabalho.

2. Como a empresa produz apenas mais um estilo de cadeiras,  $y$  representa o número de cadeiras de estilo D. Maria I produzidas mensalmente pela empresa.  
Na secção de marcenaria, que dispõe de 720 horas mensais, a inequação  $6x + 4y \leq 72$   $\Leftrightarrow$   $60x + 40y \leq 720$  informa-nos que são gastas 60 horas por cada cadeira do estilo D. José. Do mesmo modo as inequações

$$2x + 2y \leq 32 \quad \Leftrightarrow \quad 20x + 20y \leq 320$$

$$4x + 2y \leq 44 \quad \Leftrightarrow \quad 40x + 20y \leq 440$$

indicam-nos que cada cadeira de estilo D. José utiliza 20 horas na secção de revestimento e 40 horas na secção de acabamento.

O lucro é dado por  $L = 300x + ky$ , em que  $k$  representa o lucro obtido com cada cadeira de estilo D. Maria I. Como sabemos que o lucro máximo é 3600, para a solução  $(8, 6)$ , tem-se

$$3600 = 300 \times 8 + k \times 6 \quad \Leftrightarrow \quad 6k = 1200 \quad \Leftrightarrow \quad k = 200$$

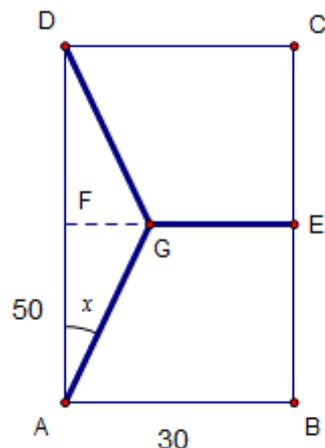
Então, a expressão da função objetivo é  $L = 300x + 200y$ .

## GRUPO III

1. O comprimento da rede é dado por
- $$R = \overline{AG} + \overline{DG} + \overline{EG}$$
- Como  $\overline{AG} = \overline{DG}$  e  $\overline{EG} = 30 - \overline{FG}$ , tem-se

$$R = 2 \overline{AG} + 30 - \overline{FG}$$

Mas, atendendo ao triângulo retângulo  $AFG$ ,



$$\cos x = \frac{50}{\overline{AG}} \Leftrightarrow \overline{AG} = \frac{50}{\cos x}$$

e

$$\operatorname{tg} x = \frac{\overline{FG}}{50} \Leftrightarrow \overline{FG} = 50 \operatorname{tg} x \Leftrightarrow \overline{FG} = 50 \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$$

Então,

$$R(x) = 2 \times \frac{50}{\cos x} + 30 - 50 \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$$

$$R(x) = 30 + \frac{100 - 50 \operatorname{sen} x}{\cos x}$$

2. Se  $\cos x = \frac{12}{13}$ , então  $\operatorname{sen}^2 x + \frac{144}{169} = 1 \Leftrightarrow \operatorname{sen}^2 x = \frac{25}{169} \Leftrightarrow \operatorname{sen} x = \frac{5}{13}$ .

Substituindo na fórmula da alínea anterior, fica

$$R(x) = 30 + \frac{100 - 50 \times \frac{5}{13}}{\frac{12}{13}} \Leftrightarrow R(x) = 117,5$$

3.  $R(25)$  é a quantidade de rede necessária, em metros, quando  $x$  mede  $25^\circ$ .  
 $R(15)$  é a quantidade de rede necessária, em metros, quando  $x$  mede  $15^\circ$ .  
 A expressão dada é a taxa média de variação entre estas duas situações. Logo, quer dizer que quando se aumenta o ângulo de  $15^\circ$  para  $25^\circ$ , a quantidade de rede necessária decresce, em média, cerca de 0,3 metros por cada grau.
4. Se a taxa de variação instantânea é negativa em todo o domínio, significa que a função  $R$  é decrescente em todo o domínio, e por isso a menor quantidade de rede necessária verifica-se para  $x = 25$ .

#### GRUPO IV

1. A probabilidade de um dos alunos, escolhido ao acaso, ser rapaz é de:

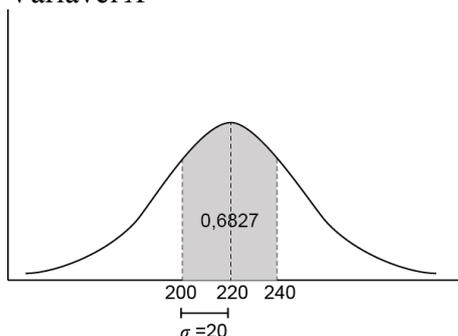
$$p(\text{ser rapaz}) = \frac{10+a}{38+a}$$

Então

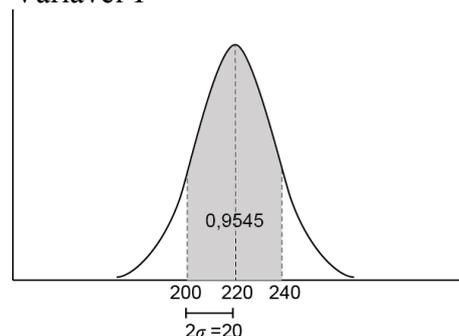
$$\begin{aligned} \frac{10+a}{38+a} &= \frac{6}{13} \\ (10+a) \times 13 &= 6 \times (38+a) \\ 7a &= 98 \\ a &= 14 \end{aligned}$$

2. A variável  $Y$  tem menor desvio-padrão, porque a distribuição está mais concentrada junto à média.

Variável  $X$



Variável  $Y$



3.1.  $\overline{OA} = 4 \times 3 = 12$

Então  $A(0, 12)$  e  $B(16, 0)$ .

A reta  $AB$  tem ordenada na origem 12 e declive  $-\frac{12}{16} = -\frac{3}{4}$ .

A equação reduzida da reta  $AB$  é  $y = -\frac{3}{4}x + 12$ .

3.2. Dos dados da figura, podemos concluir que  $\overline{CE} = r - s$  e  $\overline{CD} = r + s$ .

Aplicando o teorema de Pitágoras ao triângulo  $CED$  tem-se:

$$\begin{aligned}\overline{ED}^2 + (r - s)^2 &= (r + s)^2 \\ \overline{ED}^2 &= (r + s)^2 - (r - s)^2 \\ \overline{ED}^2 &= r^2 + 2rs + s^2 - r^2 + 2rs - s^2 \\ \overline{ED}^2 &= 4rs\end{aligned}$$

Como  $rs=9$

$$\overline{ED}^2 = 36$$

$$\overline{ED} = 6$$

**FIM**