Associação de Professores de Matemática
Contactos:
Rua Dr. João Couto, n.º 27-A
1500-236 Lisboa
Tel.: +351 21 716 36 90 / 21 711 03 77
Fax: +351 21 716 64 24
http://www.apm.pt
email: geral@apm.pt

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DE MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS DO ENSINO SECUNDÁRIO (CÓDIGO DA PROVA 835) – 2ª FASE – 24 DE JULHO 2023

1. Os resultados da figura 1 podem ser apresentados conforme a seguinte tabela:

Nº de votos	300	150	200	250
1ª preferência	A	D	C	B
2ª preferência	B	C	A	D
3ª preferência	D	B	B	C
4ª preferência	C	A	D	A

Para ter maioria absoluta o candidato deverá ter mais do que 50% dos votos, isto é, mais do que 450.

1ª contagem da primeira preferência:

A: 300 votos; B: 250 votos; C: 200 votos; D: 150 votos.

Nenhum tem maioria absoluta. Eliminamos o candidato D, por ser o que tem menor número de votos na 1ªpreferência.

2ª contagem da primeira preferência:

A: 300 votos; B: 250 votos; C: 350 votos.

Nenhum tem maioria absoluta. Eliminamos o candidato B, por ser o que agora tem menor número de votos na 1ªpreferência.

3ª contagem da primeira preferência:

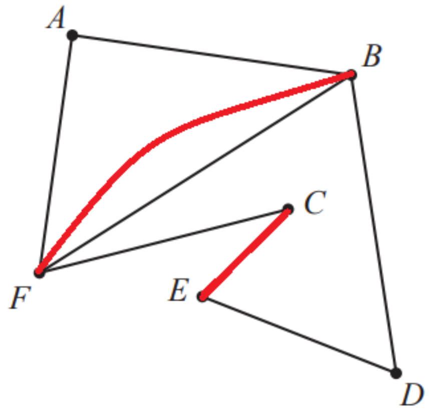
A: 300 votos; C: 600 votos.

Vence o candidato C.

Resposta:

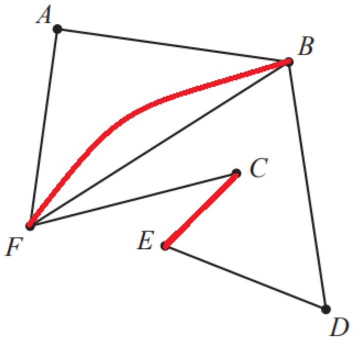
I a) **II c)** **III b)** **IV b)**

2. Um circuito de Euler é um circuito que começa e acaba no mesmo vértice e percorre todas as arestas sem repetir nenhuma.



Condição necessária e suficiente para que um grafo conexo admita um circuito de Euler: um grafo admite circuito de Euler se e só se todos os seus vértices forem de grau par.

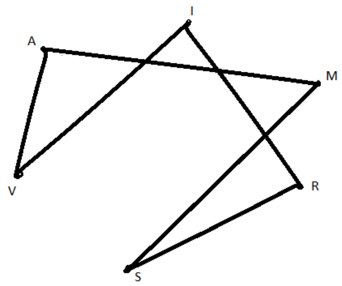
No grafo apresentado, os vértices B, C, E e F têm grau ímpar. Por esse motivo não é possível construir um circuito de Euler. Se duplicarmos ou construirmos arestas, (eulerização), podemos tornar os vértices referidos em vértices de grau par. No mínimo, podemos duplicar a aresta FB e construir a aresta CE, por exemplo.



Resposta: 2
Opção: (B)

3. Aplicando o algoritmo obtém-se a seguinte ordenação das arestas selecionadas e um possível grafo como o desenhado,

MS – 2h30
RS – 2h40
AM – 2h50
AV – 4h40
IV – 14h50
IR – 15h30



O itinerário possível, começando e terminando em A, é A-V-I-R-S-M-A ou A-M-S-R-I-V-A.
Ou seja, a Luísa não poderá visitar os locais pela mesma ordem seguida pelos pais.

4. Como o José atribui à parte com cogumelos o dobro do valor monetário que atribui à parte com azeitonas, então atribui 2/3 à primeira e 1/3 à segunda.

Assim, o José valoriza a parte com cogumelos em $\frac{2}{3} \times 42€ = 28€$ e a parte de azeitonas em $\frac{1}{3} \times 42€ = 14€$.

O José escolheu a porção P1 que corresponde a 135° de cogumelos e 45° de azeitonas, cujo valor monetário é:

$$\frac{180°}{28€} = \frac{135°}{x} \Leftrightarrow x = \frac{28 \times 135}{180} \Leftrightarrow x = 21€$$

$$\frac{180°}{14€} = \frac{45°}{x} \Leftrightarrow x = \frac{14 \times 45}{180} \Leftrightarrow x = 3{,}5€$$

O valor monetário atribuído pelo José à fatia P1 é $21€ + 3{,}5€ = \mathbf{24{,}50}€$

5.

Prémio anual correspondente a cada membro do agregado familiar:

Tiago	531,08€
Alice	466,18€
Beatriz	241,48€
Nuno	241,48€
TOTAL	1480,22€

Valor do desconto para 4 pessoas – 11%

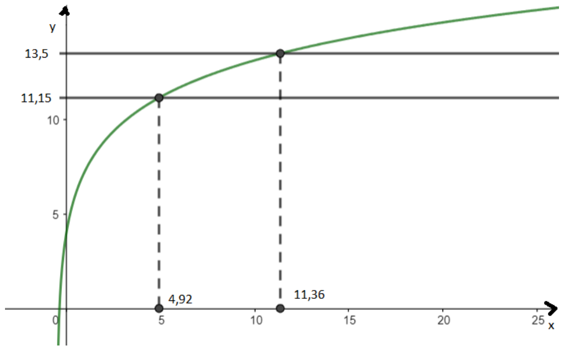
Cálculo do desconto: $1480{,}22 \times 0{,}11 = 162{,}824€$

Cálculo do valor apresentado pela seguradora: 1480,22 – 162,824 = **1317,40**€

6.1.

Com o modelo introduzido na calculadora (f1(x), acrescentamos duas outras funções definidas por f2(x)=11,12 e f3(x)=13,5

Pretende-se encontrar o intervalo em que o gráfico de f1 está entre o gráfico de f2 e f3



Os pontos de interseção da função $f1$ com as retas $y = 11{,}15$ e $y = 13{,}5$ são, respetivamente, (4,92; 11,15) e (11,36;13,5).

Isto quer dizer que, o saldo da conta corrente foi de 11,15 milhões no ano 4,92 após o início do ano 2000 e de 13,5 milhões, 11,36 anos após o início do ano 2000.

Assim, 11,36-4,92=6,44, o que corresponde a **6 anos** completos entre os dois investimentos realizados.

6.2.

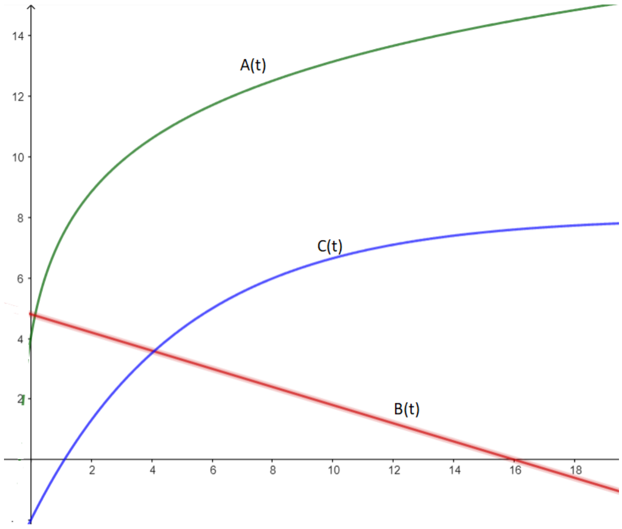
Sabendo que t=0 corresponde ao ano 2000 e que t=1 corresponde ao ano 2001, temos:

$$\frac{A(1) - A(0)}{A(0)} = \frac{7{,}2958 - 4}{4} = 0{,}8239 \approx 0{,}82$$

Resposta 82%

Opção D

6.3. Observando os gráficos das três funções, podemos fazer as seguintes associações:



a) 4; 7

b) 1; 2; 6

c) 3; 5

Observação: esta pergunta também podia ser respondida recorrendo à tabela de valores da calculadora, por exemplo.

7.1.1. Comecemos por colocar os dados nas listas da calculadora:

L_1: *pontos*

L_2: *número de clientes*

Obtém-se

Média das pontuações atribuídas: 8,26

$NPS = \frac{369+297}{1080} - \frac{34+25+9+22+30}{1080} = \frac{666-120}{1080} \approx 0{,}5056 \ \rightarrow 50{,}56\%$

Como a média das pontuações atribuídas é menor do que 9, e o valor do *NPS* é menor do 75%, o grau de satisfação dos clientes não se encontra na zona de excelência em qualquer dos métodos utilizados.

7.1.2.

I – a) (leitura direta na tabela)

II – c) $\left(\frac{294}{1080} \approx 0{,}2722\right)$

III – b) (mediana: 9)

IV – c) (setor circular dos promotores: 666 ------ x

1080 ---- 360° ; x= $\frac{666}{1080} \times 360 = 222°$)

7.2. Sendo **x**, o número de clientes a juntar aos 723 já existentes para a empresa se classificar na Zona de excelência, e sabendo que:

- Número de clientes Detratores: $0{,}08 \times 1000 = 80$
- NPS mínimo para zona de excelência é 75% (sendo que 75% de 1000 é 750);

então

$$(723 + x) - 80 \geq 750 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x \geq 750 + 80 - 723 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x \geq 107$$

O número mínimo de Promotores para a empresa se classificar na zona de excelência é **107**

8.1.

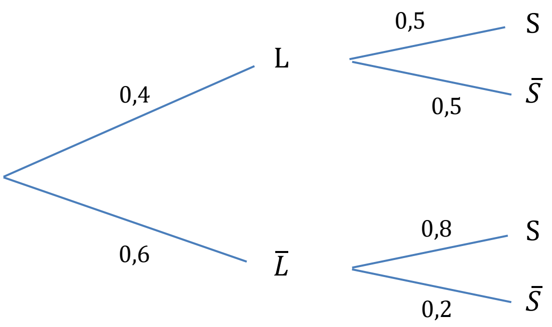
Definam-se os acontecimentos:

L- “turista em lua de mel”

S – “turista instalado numa *suite*”

$P(L) = \frac{200}{500} = 0{,}4$; $P(S|L) = 0{,}5$; $P(\bar{S}|\bar{L}) = \frac{1}{5} = 0{,}2$

A situação apresentada pode ser traduzida pelo seguinte diagrama



Pretende-se calcular $P(\bar{L}|S) = \frac{P(\bar{L} \cap S)}{P(S)}$

Ora $P(S) = 0{,}4 \times 0{,}5 + 0{,}6 \times 0{,}8 = 0{,}68$ e $P(\bar{L} \cap S) = 0{,}6 \times 0{,}8 = 0{,}48$

Então

$$P(\bar{L}|S) = \frac{P(\bar{L} \cap S)}{P(S)} = \frac{0{,}48}{0{,}68} = \frac{12}{17}$$

8.2. Consideremos a variável aleatória X – “idade dos 500 turistas”

Segundo o enunciado, X segue uma distribuição aproximadamente normal em que $\mu = 51$.

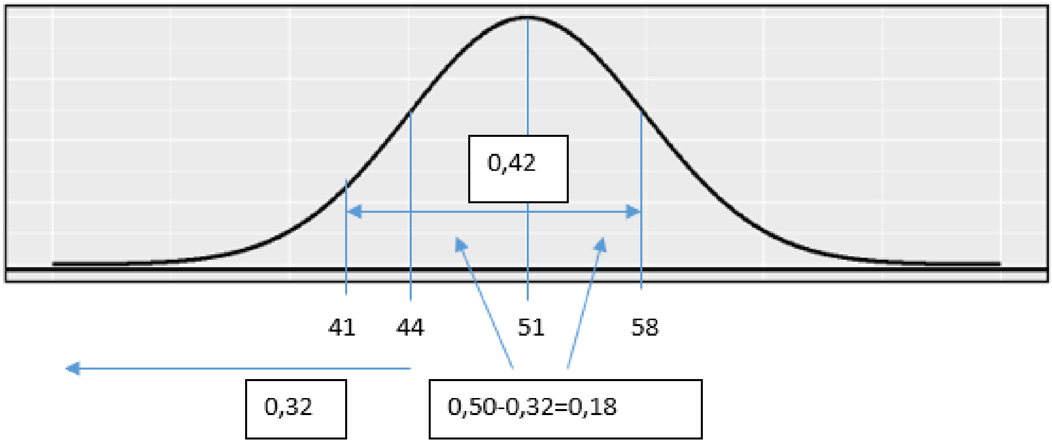
Sabe-se também que:

$P(X < 44) = 0{,}32$

$P(41 < X < 58) = 0{,}42$

Pretende-se conhecer $P(41 < X < 44)$

Considerando um esboço da curva normal



$P(41 < X < 44) = 0{,}42 - 0{,}18 - 0{,}18 = 0{,}06$

$0{,}06 \times 500 = 30$ turistas

9. Comecemos por colocar os dados nas listas da calculadora:

$L_1: marcas\ de\ classe\ (tempo, em\ minutos) \rightarrow 15, 25, 35, 45, 55$

$L_2: número\ de\ turistas \rightarrow 28, 36, 77, 89, 26$

Sabemos também que:

$n = \ 256$

$z = 1{,}960$

Como a amostra tem uma dimensão superior a 30 elementos, poderemos calcular o intervalo de confiança a 95% para o valor médio do tempo necessário, em minutos, para o embarque de turistas, recorrendo às capacidades da calculadora, obtém-se

Obtêm-se $I =]35{,}5; 38{,}3[$,

com

Média amostral do tempo necessário para o embarque de turistas: $\bar{x} \approx 36{,}9$

Desvio padrão amostral: $s \approx 11{,}4$