

**PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DE  
MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS DO ENSINO SECUNDÁRIO  
(CÓDIGO DA PROVA 835) – 1ª FASE – 13 DE JULHO 2021**

**1.**

**1.1.**

Temos que:

•O número total de votos validamente expressos foi 7200, correspondentes a 96% dos votos apurados, pelo que o número de votos apurados (VA), é:

$$\frac{VA}{7200} = \frac{100}{96} \Leftrightarrow VA = \frac{7200 \times 100}{96} \Leftrightarrow VA = 7500$$

•Como a abstenção foi de 20%, o número de votos apurados (VA), corresponde a  $100 - 20 = 80\%$  do número de acionistas da empresa que poderiam ter votado (NA), ou seja:

$$\frac{NA}{7500} = \frac{100}{80} \Leftrightarrow NA = \frac{7500 \times 100}{80} \Leftrightarrow NA = 9375$$

Resposta: **Opção C**

## 1.2.

Aplicando o método descrito, temos:

Lista	A	B	C	D
Votos	1505	2295	1750	1650
N.ºtotal de votos	$1505 + 2295 + 1750 + 1650 = 7200$			
Divisor padrão	$7200/24 = 300$			
Quota inferior	$1505/300 \approx$ 5	$2295/300 \approx$ 7	$1750/300 \approx$ 5	$1650/300 \approx$ 5
Soma das quotas inferiores	$5 + 7 + 5 + 5 = 22$ (inferior a 24)			
Divisor modificado	$300 - 10 = 290$			
Quota inferior modificada	$1505/290 \approx$ 5	$2295/290 \approx$ 7	$1750/290 \approx$ 6	$1650/290 \approx$ 5
Soma das quotas inferiores modificadas	$5 + 7 + 6 + 5 = 23$ (inferior a 24) Logo o divisor modificado=290 não serve			
Divisor modificado	$300 - 2 \times 10 = 280$			
Quota inferior modificada	$1505/280 \approx$ 5	$2295/280 \approx$ 8	$1750/280 \approx$ 6	$1650/280 \approx$ 5
Soma das quotas inferiores modificadas	$5 + 8 + 6 + 5 = 24$			

Assim, o número de elementos que cada lista conseguiu eleger para a nova equipa diretiva da *ParaPagar*, recorrendo ao método descrito, é:

- 5 elementos da lista A,
- 8 elementos da lista B,
- 6 elementos da lista C,
- 5 elementos da lista D.

2.

	Mariana	Pedro	Tiago
Valor global atribuído	$370+480+230=1080$	$330+500+205=1035$	$290+480+190=960$
Valor justo	$\frac{1080}{3} = 360$	$\frac{1035}{3} = 345$	$\frac{960}{3} = 320$
Atribuição telemóveis	A e C	B	-----
Valor dos telemóveis atribuídos	$370+230=600$	500	0
Saldo	$600-360=240$ (paga)	$500-345=155$ (paga)	$0-320=-320$ (recebe)
Dinheiro disponível	$(240+155)-320=75$ e $\frac{75}{3} = 25$		
Atribuição final	Telemóveis A e C Paga $240-25=215\text{€}$	Telemóvel B Paga $155-25=130\text{€}$	Recebe $320+25=345\text{€}$

A Mariana fica com os telemóveis A e C e paga 215€, o Pedro recebe o telemóvel B e paga 130€ e o Tiago recebe 345€.

3.

Utilizando o método enunciado é escolhida a aresta de menor peso (posto mais próximo) iniciando em  $P_4$ . Assim, temos:

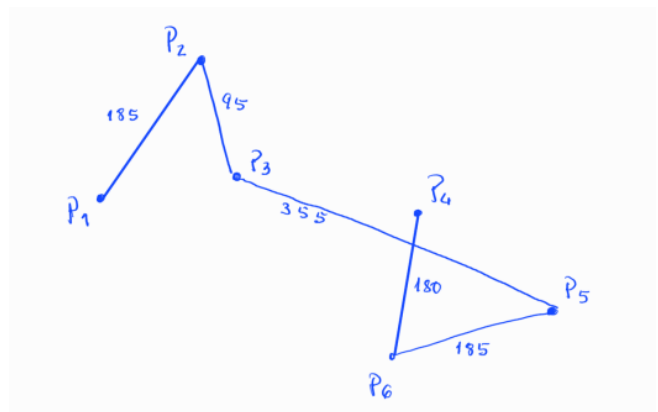
1º aresta a escolher:  $P_4 - P_6$  – 180 km

2º aresta a escolher:  $P_6 - P_5$  – 185 km

3ª aresta a escolher:  $P_5 - P_3$  – 355 km

4ª aresta a escolher:  $P_3 - P_2$  – 95 km

5ª aresta a escolher:  $P_2 - P_1$  – 185 km



Obtendo-se o grafo ao lado, que representa as ligações a renovar por aplicação do método descrito.

Quantidade mínima de cabo de fibra ótica a renovar:  $180+185+355+95+185=1000$  km

#### 4.

##### 4.1.

A partir do histograma podemos determinar a frequência absoluta de cada classe.

Para determinação da média, precisamos em cada classe da marca da classe.

Idade dos funcionários	Marca da Classe	Frequência absoluta
[18, 28[	$(18+28)/2 = 23$	15
[28, 38[	33	$75 - 15 = 60$
[38, 48[	43	$120 - 75 = 45$
[48, 58[	53	$140 - 120 = 20$
[58, 68[	63	$150 - 140 = 10$

Inserindo os dados nas listas da calculadora e recorrendo às suas potencialidades

Lista 1	Lista 2
23	15
33	60
43	45
53	20
63	10

Obtém-se uma média de 39,67, ou seja, aproximadamente igual a 40 anos.

##### 4.2.

Para calcular a amplitude do ângulo ao centro correspondente ao sector circular relativo ao número de funcionários cuja idade pertence ao intervalo [18, 28[, basta calcular

$$\frac{15}{150} \times 360 = 36^\circ$$

Resposta: **Opção D**

##### 4.3.

Idade dos funcionários	Frequência absoluta das duas zonas	Frequência relativa das duas zonas	Frequência relativa acumulada das duas zonas
[18, 28[	$15 + 30 = 45$	$45/250 = 0,18$	0,18
[28, 38[	$60 + 25 = 85$	$85/250 = 0,34$	$0,18 + 0,34 = 0,52$
[38, 48[	$45 + 30 = 75$	$75/250 = 0,30$	$0,52 + 0,30 = 0,82$
[48, 58[	$20 + 10 = 30$	$30/250 = 0,12$	$0,82 + 0,12 = 0,94$
[58, 68[	$10 + 5 = 15$	$15/250 = 0,06$	$0,94 + 0,06 = 1$
TOTAL	$45+85+75+30+15= 250$		

5.

Sabe-se que

$$VF = 500$$

$$i = 0,03$$

$$P = 75, \text{ no máximo}$$

Pretende-se saber  $n$ , o número de prestações mensais pagas pelo Tiago

Ora

$$P = \frac{500 \times 0,03 \times (1 + 0,03)^n}{(1 + 0,03)^n - 1} \Leftrightarrow P = \frac{15 \times 1,03^n}{1,03^n - 1}$$

Vamos agora construir uma tabela com as várias possibilidades para  $n$  e o respetivo valor da prestação mensal  $P$ :

$n$	$P$
2	261
3	177
4	135
5	109
6	92
7	80
8	71
9	64
10	58

O número de prestações mensais deverá ser 8, uma vez que só pode pagar no máximo 75€ mensais e pretende pagar no mínimo de prestações possíveis para ser mais vantajoso, correspondendo a um valor total a pagar de  $8 \times 71 = 568$  €

6.

6.1.

Comecemos por determinar o número de utilizadores da aplicação no Alentejo no início de 2016. Ou seja:

$$\text{Ano 2016} \rightarrow t = 0 \rightarrow A(0) = \frac{20}{1 + e^{-0,2 \times 0}} = 10 \text{ mil}$$

Logo, o número de utilizadores que não pertenciam à região do Alentejo é:

$$50\,000 - 10\,000 = 40\,000 = 40 \text{ mil}$$

Concluimos então que:

$$\text{percentagem} = \frac{40}{50} \times 100 = 80 \%$$

## 6.2.

A percentagem de utilizadores previstos a longo prazo no Alentejo é:

$$100 - (20 + 25 + 30 + 15) = 10 \%$$

Logo, o número de utilizadores expectável a longo prazo é:

$$0,10 \times 200\,000 = 20\,000 = 20 \text{ mil}$$

Usando as potencialidades de uma calculadora gráfica e estudando a evolução do n.º de utilizadores alentejanos da aplicação através do modelo  $A(t) = \frac{20}{1+e^{-0,2t}}$ , observamos na tabela seguinte que:

N.º de anos desde 2016 ( $t$ )	N.º de utilizadores, aproximado, no Alentejo ( $A(t)$ )
0	10
1	10,997
2	11,974
3	12,913
...	...
44	19,997
45	19,998
46	19,998
47	19,998
48	19,999

Assim, podemos verificar, que num prazo bastante alargado de tempo, o número de utilizadores no Alentejo aproxima-se cada vez mais de 20 000. Assim, o modelo poderá estar correto para a estimativa realizada.

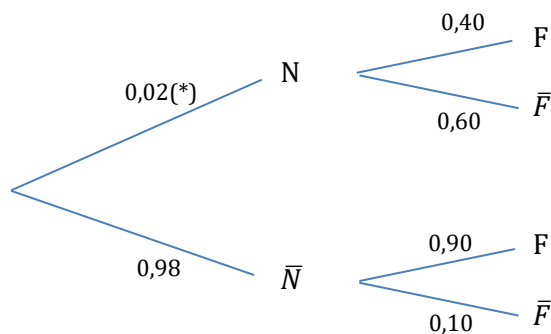
## 7.

Definem-se os acontecimentos:

N- “novos utilizadores que tiveram dificuldades na instalação da aplicação”

F - “utilizadores que consideram a aplicação de fácil manuseamento”

A situação apresentada pode ser traduzida pelo seguinte diagrama



(\*) valor obtido a partir da leitura do gráfico considerando que 2018  $\rightarrow t = 3$

Pretende-se calcular  $P(\bar{F})$

A partir do diagrama anterior sabe-se que:

$$P(\bar{F}) = 0,02 \times 0,60 + 0,98 \times 0,10 = 0,11$$

**8.**

Existem 6 possibilidades para a formação de um código nas condições indicadas, a saber:

TG851	T851G	851TG
GT851	G851T	851GT

A probabilidade do Tiago acertar à primeira tentativa será acertar na única sequência correta de entre as 6 possíveis, ou seja,

$$P = \frac{1}{6}$$

Resposta: **Opção A**

**9.**

Estão definidas duas situações, errar e não errar na password. Assim, temos

E - "Errar ao escrever a palavra pass"

$$P(E) = 0,1 \text{ e } P(\bar{E}) = 0,9$$

Escolhendo três pessoas ao acaso temos três situações possíveis, não erra a primeira, ou não erra a segunda ou não erra a terceira pessoa. Obtemos assim,

$$(0,9 \times 0,1 \times 0,1) \times 3 = 0,027$$

**10.**

Observando a tabela podemos verificar que dos 625 utilizadores da *ParaPagarApp*, o número dos que na última compra, usaram a aplicação, pagaram mais de 20 euros e, no máximo, pagaram 60 euros, é:  $81 + 44 = 125$

Assim, como a amostra tem dimensão superior a 30, podemos determinar o intervalo de confiança, tendo em conta que:

- Dimensão da amostra:  $n=625$
- Proporção amostral dos clientes que consideram as obras necessárias:  $\hat{p} = \frac{125}{625} = 0,2$
- Valor de  $z$  para um nível de confiança de 90%:  $z=1,645$

Assim, calculando os valores dos extremos do intervalo de confiança, e arredondando os valores às centésimas, temos:

$$\left[ 0,2 - 1,645 \sqrt{\frac{0,2 \times (1 - 0,2)}{625}}; 0,2 + 1,645 \sqrt{\frac{0,2 \times (1 - 0,2)}{625}} \right] \approx ]0,17; 0,23[$$