

**Exame Final Nacional de Matemática A**  
**Prova 635 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2019**

12.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

**Caderno 2**

Duração da Prova (Caderno 1 + Caderno 2): 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

**5 Páginas**

---

**Caderno 2:** 75 minutos. Tolerância: 15 minutos.  
Não é permitido o uso de calculadora.

9.

Os **dois** itens que se apresentam a seguir são itens em alternativa.

O **item 9.1.** integra-se nos Programas de Matemática A, de 10.º, 11.º e 12.º anos, homologados em 2001 e 2002 (**P2001/2002**).

O **item 9.2.** integra-se no Programa e Metas Curriculares de Matemática A, implementado em 2015-2016 (**PMC2015**).

Responda apenas a um dos dois itens.

Na sua folha de respostas, identifique claramente o item selecionado.

**P2001/2002**

**9.1.** Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$ , os planos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ , definidos pelas equações  $x + y + z = 1$ ,  $2x + 2y + 2z = 1$  e  $x + y = 0$ , respetivamente.

A intersecção dos planos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  é

- (A) o conjunto vazio.      (B) um ponto.      (C) uma reta.      (D) um plano.

**PMC2015**

**9.2.** Na Figura 4, estão representados, num referencial o.n.  $xOy$ , uma elipse e um círculo, ambos centrados na origem do referencial. Os focos da elipse,  $F_1$  e  $F_2$ , pertencem ao eixo  $Ox$

Sabe-se que:

- a distância focal e o eixo menor da elipse são iguais ao diâmetro do círculo;
- a área do círculo é igual a  $9\pi$

Qual das equações seguintes é a equação reduzida da elipse?

- (A)  $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$       (B)  $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{9} = 1$   
(C)  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{20} = 1$       (D)  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{18} = 1$

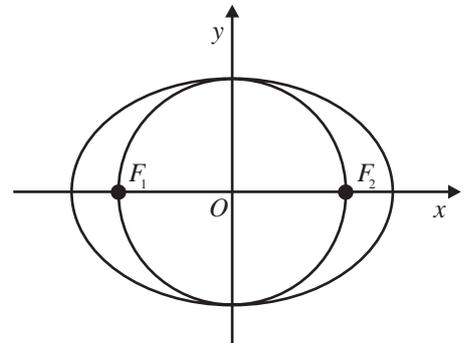


Figura 4

**10.** Considere em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos,  $z_1 = 3 + 4i$  e  $z_2 = 4 + 6i$

Seja  $w = \frac{z_1 + i^6 + 2\overline{z_1}}{z_1 - z_2}$

No plano complexo, a condição  $|z| = |w| \wedge \text{Im}(z) \geq 0 \wedge \text{Re}(z) \geq 0$  define uma linha.

Determine o comprimento dessa linha.

11. Qual é a solução da equação  $2 \cos x + 1 = 0$  no intervalo  $[-\pi, 0]$ ?

- (A)  $-\frac{5\pi}{6}$       (B)  $-\frac{2\pi}{3}$       (C)  $-\frac{\pi}{3}$       (D)  $-\frac{\pi}{6}$

12.

---

Os **dois** itens que se apresentam a seguir são itens em alternativa.

O **item 12.1.** integra-se nos Programas de Matemática A, de 10.º, 11.º e 12.º anos, homologados em 2001 e 2002 (**P2001/2002**).

O **item 12.2.** integra-se no Programa e Metas Curriculares de Matemática A, implementado em 2015-2016 (**PMC2015**).

Responda apenas a um dos dois itens.

Na sua folha de respostas, identifique claramente o item selecionado.

---

**P2001/2002**

**12.1.** Um dado cúbico equilibrado tem uma face numerada com o número  $-1$  e cinco faces numeradas com o número  $1$

Lança-se este dado duas vezes.

Seja  $X$  a variável aleatória «soma dos números saídos nos dois lançamentos».

Qual é o valor de  $k$  para o qual  $P(X = k) = \frac{5}{18}$ ?

- (A) 0      (B) 2      (C)  $-2$       (D)  $-1$

**PMC2015**

**12.2.** Um ponto  $P$  desloca-se numa reta numérica, no intervalo de tempo  $I = [0, 10]$  (medido em segundos), de tal forma que a respetiva abcissa é dada por  $x(t) = 3 \cos\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$ , com  $t \in I$

Qual é o período, em segundos, deste oscilador harmónico?

- (A) 2      (B) 3      (C)  $2\pi$       (D)  $3\pi$

13. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x} & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ \frac{x}{x - \ln x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

13.1. Determine a equação reduzida da reta tangente ao gráfico da função  $f$  no ponto de abscissa 1

13.2. Averigue se a função  $f$  é contínua no ponto 0

Justifique a sua resposta.

14. Seja  $g$  a função, de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , definida por  $g(x) = \frac{e^{-x}}{x}$

14.1. Estude a função  $g$  quanto à monotonia e determine, caso existam, os extremos relativos.

14.2. Seja  $h$  a função, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , definida por  $h(x) = g(x) + 2x - \frac{1}{\sqrt{x}}$

Sabe-se que o gráfico da função  $h$  tem uma assíntota oblíqua.

Qual é o declive dessa assíntota?

(A) 1

(B) 2

(C)  $e$

(D)  $e^2$

15. Na Figura 5, estão representados, num referencial o.n.  $xOy$ , os pontos  $A$  e  $B$ , de abscissas positivas, e as retas  $OB$  e  $r$

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  pertence ao eixo  $Ox$
- a reta  $OB$  é definida pela equação  $y = \frac{4}{3}x$
- a reta  $r$  contém a bissetriz do ângulo  $AOB$

Determine a equação reduzida da reta  $r$

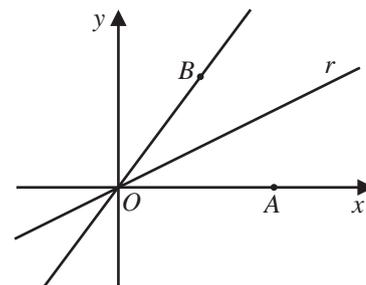


Figura 5

**FIM**

## COTAÇÕES (Caderno 2)

Item											
Cotação (em pontos)											
9.1.	9.2.	10.	11.	12.1.	12.2.	13.1.	13.2.	14.1.	14.2.	15.	
8		13	8	8		13	14	13	8	10	<b>95</b>

<b>TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)</b>	<b>200</b>
--------------------------------------	------------

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

**Prova 635**  
1.<sup>a</sup> Fase  
CADERNO 2